

# 線膨張係数測定実験の効果的実施を目的とした教材の改善

東海職業能力開発大学校 生産技術科 北 正彦

Improvement of teaching materials for effective implementation of linear expansion coefficient measurement experiment

KITA Masahiko

**要約** 大学校の課程で最初に取り組む実験実習である基礎工学実験の教材の改善について報告する。改善にあたって実験のもつストーリー性に着目し、先人たちの行ったモデル化の原理に沿った実験を行い、段階ごとに理解させるよう試みた。具体的には光学でこを用いて熱膨張の法則を検証する際に、「光軸」という数理化の手段を、実験装置に直接糸を張って可視化して示し、デジタルカメラを用いて共有可能な映像とした検討の機会を提供した。「光軸」の幾何学を分かり易く表す実験を行い、段階的に光学でこの原理解に至る学びのストーリーとして提示した。

## I はじめに

基礎工学実験は、現在の自然科学において正しいと認められている基本的な物理法則、例えば落体の法則などに対し、法則の正しさを実証するために先人が行った実験を課題として行うことで、法則の正しさを理解するとともに、実験原理、実験方法の考え方、機器の使用法、実験のまとめ方、報告書の書き方などを経験的に学ぶことを目的としている。その目的から大学校の課程において最初に取り組む実験実習と位置付けられ、1年生を対象として生産技術科の第Ⅲ期に実施する。

工学分野で当たり前のようになっている基本的な物理法則は、先人の卓越した発想によって見いだされた、いま見えている世界を非常によく表す「説明」といわれる。同時に正しい「実験」による検証（以後、検証実験）を経て、その説明の正しさが確認され「法則」と認められたものをいう。

検証実験を行う際、研究者は知恵を絞り、スケール、はかり、レンズなどの単純な測定機器を用い、斬新に組合せた。そこで得られた小さな結果、知恵や道理に旺盛な探求心のもと数学的表現を施し、数学を道具と

することで実験原理を明らかにして、当時の検証実験の装置を構築した。

新たな装置を構築することで視点が変わり、実験方法に多大な創意工夫を行なうことで、その時点で見ることでできる世界を広げながら、検証に耐えうるデータを確実に測定する方法を見出した。結果としてこれら間違いのないデータをもとに、法則の確からしさはゆるぎないものとして立証された。

このような自然科学における検証実験のあり方は、基本的な物理法則が次々に提示された16～17世紀頃には確立され、研究者はだれもが追実験できる具体的な原理、方法、手順として詳しく記録した。すなわち、先人達の問題解決に向かう洞察の過程を端的に記録した、後の世に伝えるべき成果物であると考えている。

記録の中で特に創意工夫を要したと思われる注目すべき点を述べる。実験原理および実験装置を構築する際に洞察を確かなものとするため、研究者は皆、単純な道具一つひとつを数学で利用できる図形や数式などで表わして、幾何学、代数学、解析学（関数）などの数学的な考えを利用し、組合せることで目的を実現していく。いわゆる自然科学に必要とされる、事象を数理的に捉え、数学的に表現し、数学を道具として利用することで問題を解決する一貫した原理（以後、

モデル化の原理) が示されている。

基本的な物理法則の検証のための実験装置は、構成要素として当時身近に手に入る簡単な道具が用いられた。装置の構造はそれらを巧妙に組み合わせた複雑なものとなるため、築いた構造が確実な測定を行えるか、そのためにはどこを調整したらよいか等の今でいう最適化の程度を、事前に知りたい要求があったと考える。研究者はその解決として、黎明期であったモデル化の原理を積極的に取り入れ、構成要素を単純な図形や比例式として数理化して表現した。これによって、一見複雑にみえた先入観を廃し、陰に隠れていたシンプルで理解しやすい形の説明をあぶりだした。

基本的な物理法則の検証実験、すなわち先人が歩んだ当時の創意工夫の過程を変えずに行うことは、科学的な知識を学ぶ課題として大きな学習効果が期待できる。実験から得られる先人の迫体験は、問題に直面した際に、過去の事例を紐解いて足掛かりとし、あきらめず糸口を見つけて試してみる姿勢、解決に向かわせる確かな動機付けを育むと考える。このような背景から、基礎工学実験では、自然科学において広く認められている法則の幾つかを選び、先人が実施した検証実験によって正しさを確認していくカリキュラム内容としている。

本報告では、昨年度から担当している熱膨張の法則を検証する基礎工学実験において、課題である実験内容および装置、手順の説明に際し、実験が持つストーリー性を着眼点として、モデル化の原理に沿った道筋を示し、段階ごとに理解させるよう試みた実験教材の改善について報告する。

## II 熱膨張の法則と検証実験

今回、検証実験の対象となる熱膨張の概要を図1に示す。生活の中で身近に起る基本的な物理法則の1つで、固体材料に熱を加えると膨張する物理現象の様を非常によく説明する。図1において、一般の固体材料の熱膨張は、加熱前の温度 $T_0$ 、加熱後の温度 $T$ 、その時の上昇温度 $\Delta T = T - T_0$ 、元の長さ $l_0$ 、変形後の長さ $l$ 、伸び $\Delta l = l - l_0$ として、以下の式で表される

$$\frac{\Delta l}{l_0} = \alpha \cdot \Delta T \dots\dots\dots(1)$$

この時の比例定数 $\alpha$ は線膨張係数とよばれ、物質固有の値となる。検証実験では、 $\Delta l$ を測定できる実験装置を構築し、 $\Delta T$ における $\Delta l$ を測定して式(1)により $\alpha$ を

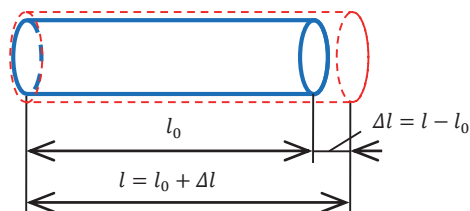


図1 熱膨張の概要

求める。さらに求めた $\alpha$ を公称値と比較することで検証を行う。ただし、 $\Delta l$ は大変小さな値となり、例えば鋼の場合 $l_0 = 0.6 \text{ m}$ 、 $\Delta T = 10 \text{ K}$ で、 $\Delta l = 0.074 \text{ mm}$ である。このような微小な長さにスケールを直にあてて、正確な測定値を得ることはまず不可能である。先人はこの小さな $\Delta l$ の測定を、スケール、カンチレバー、鏡、望遠鏡という単純な道具で構成した「光学てこ」と呼ばれる測定装置を用いることで可能とした。

## III 光学てこの原理と改善の着眼点

光学てこ<sup>(1)</sup>の原理図を図2に示す。光学てこは、対象の微小変位 $\Delta l$ を小さな鏡で極わずかな角度 $\theta$ の変化に変え、拡大して測定できるようにした装置をいう。原理として、図で示すように試料に鏡のついたカンチレバー（以後、オプティカルレバー）を置き、 $r$ に対して十分離れた距離 $L$ となるよう、望遠鏡を使って鏡の反射像で目盛りが読める位置にスケールを置く。このとき $\Delta l$ と $\theta$ は比例関係となり、望遠鏡から見える目盛りでは $2L/r$ 倍拡大されて、変位後の目盛り $S_\theta$ から変位前の目盛り $S_0$ を差し引いた長さとして読み取れる。

図2において、試験棒が $\Delta l$ 伸びると、オプティカルレバーが動作して、レバーの腕 $r$ 、鏡の傾き角 $\theta$ とすると

$$\Delta l = r \cos \theta \tan \theta \dots\dots\dots(2)$$

$\Delta l \ll r$ より $\theta$ が微小角となり、 $\cos \theta \cong 1$ 、 $\tan \theta \cong \theta$ から

$$\Delta l = r \theta \dots\dots\dots(3)$$

スケール上の読取り変位 $\Delta S = S_\theta - S_0$ 、スケールから鏡までの距離 $L$ なので、

$$\frac{\Delta S}{L} = \tan 2\theta \dots\dots\dots(4)$$

$\theta$ は微小角なので、同様に $\tan 2\theta \cong 2\theta$ と近似され

$$\frac{\Delta S}{L} = 2\theta \dots\dots\dots(5)$$

式(3)に式(5)を代入して $\Delta l$ は

$$\Delta l = r \frac{\Delta S}{2L} \dots\dots\dots(6)$$

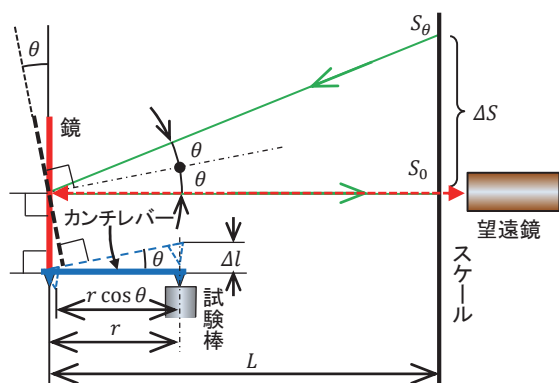


図2 光学てこの原理図

となる。実際の検証実験では、測定者はスケールの目盛りにピントを合わせた望遠鏡の映像（以後、スケール画像）を確認してスケールの値を読み取っていく。実験の流れとして、最初に読み取った位置を、加熱する前のスケール画像の読取り位置 $S_0$ として記録する。加熱を始めて測定温度に達すると、鏡がオブチカルレバーによって $\theta$ だけ傾き、鏡の反射によってスケール画像の読取り位置が $S_\theta$ に移動する。よって、測定者はそのままスケール値を読み取ることで、全く $\theta$ を意識すること無く $\Delta S$ を知ることができる。悪く言えば、光学てこがうまく働くうちは、測定者はその原理など全く知らなくても正しく検証実験ができてしまう。

さらに、図2の原理図をより深く考えてみる。よくよくみれば、図2は先人が式(2)~(6)の導出を目的として、事象を数理的に捉え、相似関係がわかる様に数学的な表現で表した図と思われる。実験をする際は原則、学生自らが実験装置を配置することを要求している。そうすると、先人がどのように事象を捉え、数理化したかということを知らなければならない。具体的には、二次元の幾何学図で表された直線のそれぞれが、三次元空間内にある目の前の実験装置の何を表すかを的確にイメージ出来なければならない。そうしなければ、図をいくら眺めても光学てこの原理を理解して、正しく装置を配置することは出来ないだろう。このような理由から説明や関連資料の提示方法について、課題の目的でもある実験の追体験という視点で、もう一度検討すべきであると考えた。

追体験の指導を考えると、実行者が学生自身との思いから、無意識に「やらせてみる」の視点で考えてしまう。しかし、実験の追体験においては、まずは言われたことを確実に言い、言われた通りに内容を記録し、解析し、結果を確認し、報告する。それらを基本とし

なければ実験は成り立たないと考える。言われた通りという言葉がイメージを悪くさせるなら、これを、山本五十六の格言<sup>(2)</sup>でいう「やって見せ」、「説いて聞かせて」に置き換えて考えるとよい。

やってみせるという指導は、学生側から見れば、規範となる行為をもとに教官がモデルを務め、その模倣を通して学習することとなる。単純な模倣において、モデルからの情報を見たり、聞いたり、体を動かしたりしながら、学習活動として取り込んでいくことで学ぶ力が育つ。学習であるからには、さらに進めて実験道具や装置の使用の背後にある、道具の製作者である先人の意図を理解して、その意図を自らに取り入れて模倣するレベルにまで繋げたい。そのために、実験そのものが持つストーリー性に着目し、それを足掛かりとして改善を模索した。

実施する実験は、教官がモデルを務めることを考慮したとき、式(2)~(6)の流れで行うことで、製作者の意図をうまく説明できることが期待される。具体的には、適時に関連する実験を実施していくことで、何を数量化し、モデル化の原理に沿って、どのように考えさせて図2の原理図に至ったかを、段階的に理解させるストーリーとなるよう、文字通りやって見せる。

#### IV 改善策と具体的な実施内容

実験を概括した全体のストーリーを「研究者が線膨張の法則を証明するために、実験方法を工夫したストーリー」として、先人たちの創意工夫を段階的に体験させることで、興味・関心・意欲の向上をともなった動機付けを期待した新たなストーリーを考えた。

線膨張の法則を検証するためには、以下の課題を解決しなければならない。

- ① 対象を温めなければならないので、測長する際はスケールなどの測定器を、温度の影響が及ばない距離まで離さなければならない
- ② 熱膨張の法則を検証するためには、熱による伸び $\Delta l$ を測らなければならない。しかし、 $\Delta l$ は大変小さいため肉眼による正確な測定は困難であり、大きく拡大する何らかの工夫が必要

先人はこの課題を解決する方法として、科学的手法でその糸口を探査し、光学てこの原理という解答に至ったと考える。ゆえに導入では、それらの手法を用いる足掛かりとなるよう、彼らがどのような現象を、ど

のように数量化したかを示すことが望ましいと考えた。それらを、光学でこの原理につながる前知識として、効果的に習得できるよう考えた。

具体的には、スケールと望遠鏡などの映像取得装置を並べた実験装置を作り、そこから得られる外観も含めた映像が、どのような理由をもって幾何学図に置き換えられるのかを理解してもらう。その際の着眼点として、実験装置から得られる映像を、教官と学生が同一の像としてイメージできるような工夫、いわゆる共有化の工夫が必要になる。

今回、スケール画像を手軽に共有化できる道具として、デジタルカメラを利用した。スケール画像として取得したカメラの液晶画像（以後、カメラ画像）をディスプレイ等に映し出すことで、互いがイメージした際に生じる隔たりをその場で直ちに取除き、共有化した画像として確認することができる。

図3に、スケール画像を観察する実験装置の幾何学関係を表す模式図を示す。実験では測定対象を兼ねる300 mmスケールと測定用スケールをイメージした600 mmスケールを用意して、OA間長さ1 m、OB間長さ2 mとして配置し、点Oにカメラを置いてカメラ画像を取得し確認する。本実験を正しく行う場合、装置の配置が重要となる。一般の実験では、結果とする現象と幾何学量を結びつけた法則をもとに、図を用いて実験原理が説明される。本実験では、それらを結び付ける概念として「光軸」をあげる。

カメラや望遠鏡などのレンズを利用した光学機器（以後、光学機器）は、図4で示す光軸と呼ばれる、レンズの中心を垂直に貫く直線を考えることができる<sup>(3)</sup>。光軸そのものは概念であり直接見ることはできないが、光軸が貫く三次元空間上の全ての点は、カメラ画像の中央に点として重なって固定される。この事実を幾何学図との関連で見れば、光軸は画像の中心点を通して画像面に垂直な軸となり、画面を貫く点はカメラ画像の中心に固定された、いわゆる視覚でいう、視線および視点と見ることができる。ゆえに、光軸を基準として共有することで、カメラ画像を光軸=視線、カメラ画像の中心=視点と考えて利用することができる。さらに視線および視点は、観察対象に対して「見る」という共有を促す意図を含む言葉でもある。このように、観察する対象に糸口となる基準を設定し、数理化してだれもが明確に解釈できる形で考えて行く。これらの先人が創意工夫したであろう、共通認識の場を構築していく過程は、本実験に限らず他の実験場面でも共有されるべき重要な知識と考える。

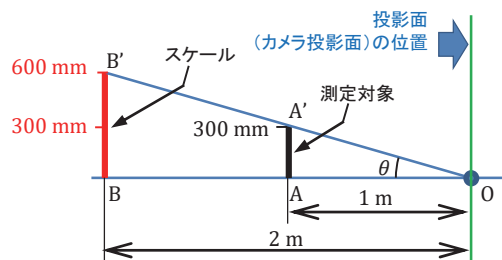


図3 実験装置の模式図

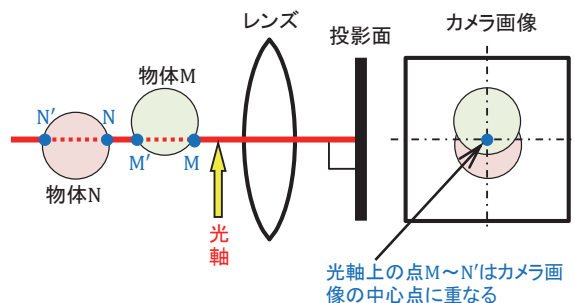


図4 光軸の説明とカメラ画像上の光軸のイメージ



図5 改良した雲台の外観

光学でこの原理は、通常は座学によって、第三章で述べた図2や式(2)～(6)の関連式を用いた簡潔な説明がなされる。しかし、先人が創意工夫した実際の場合は、座学の場合ばかりではなく、むしろ現実の物体を目の前にして、皆と意見を交換できるよう共通の事柄を探し出す場が多くを占めたと考える。ここでは、そのような場が重要であるとし、次のカメラ画像による確認実験を試みる。

実験では、基準となる光軸の確認を行う。具体的には、光軸とカメラ画像の関連性において光軸が示す直接的な内容、すなわちカメラ画像の中心点が光軸となることを確かめる。

実験を実施する冒頭で、図4に示す光軸を直線により可視化した模式図の説明を行う。次に学生にも手伝ってもらい実験装置を組み立てる。図3との比較を考慮して、各スケールの底端の角を図中の点A、Bとなる

様に配置する。さらに、光軸に関連させるよう、具体的には直線OBに光軸が重なるように、点A、Bおよびカメラのレンズ中心高さを同一になるよう調整しておく。あわせて、カメラ画像と一致する投影面の中心を点Oと一致させておく。そのために点Oを回転中心として投影面を傾けられるように改良した、簡易型のジンバル雲台を新たに製作し、直線OBに対し直角になるよう調整する。図5に製作した雲台を示す。

実際のカメラ画像を確認する前に、対話形式により光軸と液晶画面の関係性を考えさせる機会を設ける。戸惑う学生もいるので、具体的に、どのような画像が現れるかを予想してもらう。分からないとあきらめる学生もいるが、図4を繰り返し確認してもらうことで、それを根拠として、カメラ画像の中央にスケールの角が重なる画像を予想するよう促す。あわせて、これらを保証するためには、光軸を取り入れた幾何学図が必要不可欠であることを強調する。

光軸の客観的性質、すなわちカメラ画像の中心軸との一致を確かめる際、仮想軸であるため画像で直接確認することができない。何らかの補償が必要と考える。そこで、補う手段として実験装置に光軸に見立てた糸を張り、得られたカメラ画像と幾何学図から予想したカメラ画像を比較させる。図6に糸を利用して光軸の可視化を試みた様子を示す。

図3の説明で点O、A、Bは光軸上の点となるように高さが調整されている。よって、点A、Bのカメラ画像は、画像の中心を通る水平軸上に、点A、Bが重なる像となることが予測される。なお、高さが一致していないと、予測の通りの像にはならない。

画像が予測通りとなった場合、この状態から点O、A、Bが重なるようカメラ本体を水平軸方向に移動、及び垂直軸を中心に回転させる。これらの操作を行うことで点O、A、Bを、カメラ画像の中心に重ねることができる。さらに、図3で示された光軸がカメラ画像の中心を通り、画像面に垂直な直線であることを根拠に、先の操作により重ねることができることを説明する。これらの確認をやってみせることで、光軸がカメラ画像において幾何学的にどの様に見えるかを理解させる。

図7に、点O、A、Bが画像の中心で一致することを確認したカメラ画像を示す。ただし、画像は点O、A、Bの画像中心での重なりを確認した後、拡大時の視認性を考慮して、点Aだけ左に若干量オフセットさせている。あわせて、光軸に見立てた糸が点Bから延びる水平の線分として確認されるが、点Oであるレンズ中心へ

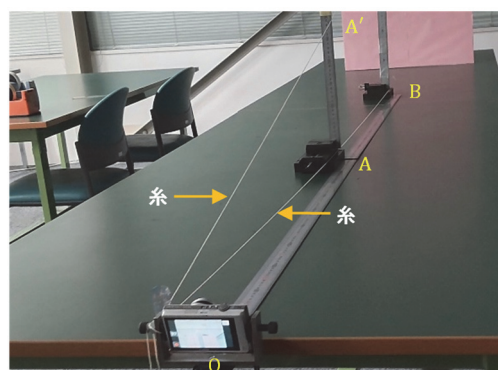


図6 糸を利用して光軸を可視化した様子

の直接の取り付けが困難なため、同様にオフセットしている。

カメラを図7の位置から $\theta$ 傾けると、物理的にカメラ画像も $\theta$ 傾けることができる。カメラ画像と光軸の関係は変わらないので、光軸は線分OBに対して $\theta$ 傾くことになる。この操作に際しては、考えるポイントを変えた説明が必要と考える。共有事項となった光軸=視線、カメラ画像の中心=視点で考えると、この $\theta$ 傾けるは「見る」という意図をもって、視点を現状から $\theta$ 傾けることになる。つまり、単なる傾ける行為ではなく、人間の意志と直接結びついた意味が付加されると説明される。

図8にカメラ画像の中心を図7から点B'に移動した画像を示す。この時、図3に一致するよう配置されていた点A'も中心に重なって見えることが確認できる。このことから、幾何学図である図3では単なる直線ではないOA'B'が、図8では光軸となって、視線および視点が示す意図を持った映像情報を併せ持つ要素となる。さらに、図7のOABも同様に解釈できる。その際に、目の前にある実験装置の光軸をイメージする糸と比較して説明することで、より強い印象付けを行う。これらの確認をやってみせることで、幾何学図に光軸として描いた直線が、「見る」とともに「視線を向ける」という意図も併せ持つ、画像イメージとして理解される。

次に、意図した視覚イメージを説明するために、現在のカメラ画像を600 mmスケールにピントを合わせながら、ズーム機能を使ってそのまま拡大する。図7を8倍に拡大した図を図9に、図8を同様に拡大した図を図10に示す。

視線の先にある、カメラ画像の中心部のスケール像に注目してもらう。図7、8では読めなかった後方の600 mmスケールの目盛りが、図9、10では拡大され読

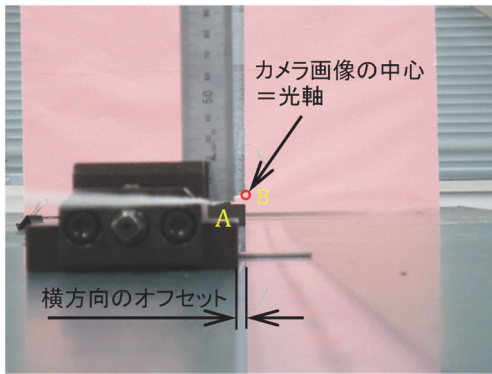


図7 点O、A、Bが重なるカメラ画像

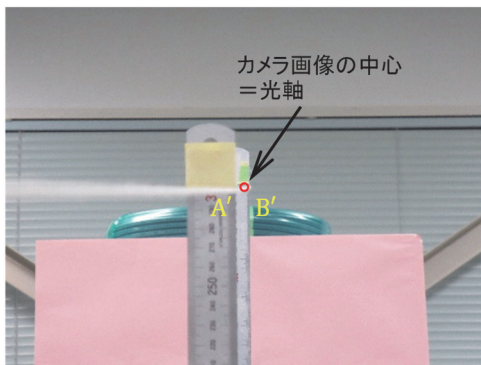


図8 点O'、A'、B'が重なるカメラ画像

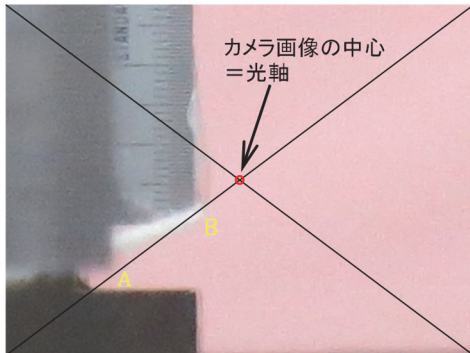


図9 図7を拡大(×8)したカメラ画像

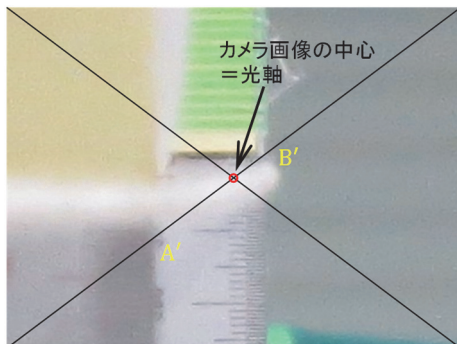


図10 図8を拡大(×8)したカメラ画像

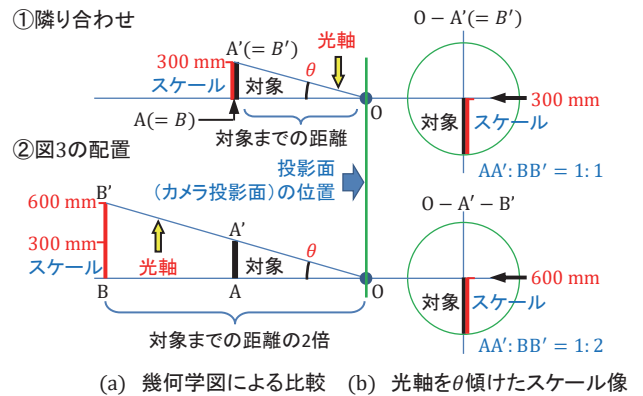


図11 スケール像の拡大原理と画像イメージ

めるようになる。これは、離れたスケールの目盛りが、読めるスケール像として取得が出来るかどうかを確認する、実測定の可否を確認する意図が含まれる。

次に、スケール像に不足していることとして、直接、実長が読み取れないことを説明する。図11に示すように、測定物に対してスケールを遠く離れたところに置くと、見かけ上で遠方にあるスケール全体が、その距離に応じて一様に縮小して見える。よって、図8、10、11(b)下図に示す光軸 $OA'B'$ を $\theta$ 傾けたスケール像では、600mmスケールの目盛りを用いて対象を測定した場合、真の値 $AA'$ は、その読み取り値 $BB'$ に、相似比を乗じた $AA' = BB'/2$ となる。ゆえに、スケール像の相似比の関係は、測定者が実長を知るうえで前もって知るべき重要な関係となる。

しかし、その関係はカメラ画像からは分からず、図3、または図11(a)による幾何学図によってのみ示される。この事実を示し、実長と目盛りの関係を唯一表せる手段が幾何学図であることを説明する。学生には、図6の状態を真横から眺めさせて、装置の配置に糸で可視化した光軸を重ねた映像が、そのまま図3に示す幾何学図となることを確認させる。光軸さえ理解すれば、幾何学図を描くことは決して難しいものではないことを説明する。まとめとして、相似則を用いた本実験装置を用いることで、対象物からスケールを離れた測定が可能となることを、課題①の解決手段例として説明し、導入のストーリーとして完結する。

## V 光学でこに至る実験ストーリー

図3の装置を用いて課題②の解決を考えた場合、 $\Delta l$ は、図11の原理でスケール像として拡大することがで

きる。一方、実験において測定対象を温める際、対象全体の温度分布を一樣にするために沸騰蒸気を利用する。ゆえに、光学機器を対象に近づける距離にはこれ以上縮められない限界があり、安全上の理由を考慮してOAの距離は1000 mm程度必要と考える。この条件で装置を考えると、たとえば10 Kの温度変化に対し0.1 mm程度変化した $\Delta l$ を、スケール画像で3 mmになるよう拡大した場合、OBの距離は30 mとなる。さらに、実際の測定では50倍程度の拡大が必要となることから、OBは装置パラメータとして大きく逸脱した値を要求されることになる。したがって、図3の装置による課題②の解決は、現実的ではない大きな困難を伴うと考える。OAの距離にこれ以上縮められない限界が存在していることが、解決を妨げる最大の要因となっている。

それらの問題に対し、先人はオプティカルレバーを利用した、光学でこによる理想的な解決方法を考え出した。オプティカルレバーは、測定対象の $\Delta l$ を直接作用させ、図11に示されたOAに相当する距離を光学機器に無関係な形、すなわち図2の $r$ で表現する。さらに、この距離によって図11の $\theta$ に相当する微小角度で鏡を傾けることができる。この先人のアイデアは、思いつくのは簡単そうに見えて実際は大変難しい。それらを踏まえて、説明では学ぶべき参考になる視点や方法がたくさんあることを伝えていく。

図12は、図2に対しスケール像とオプティカルレバーの模式図を組合せた、光学で全体の幾何学関係図を表している。オプティカルレバーは、平面鏡（以後、鏡）とそれを載せる小さな三脚で構成され、三脚は長さ $r$ のレバーと測定脚、二本の軸脚からなる。図12(a)で示すように、測定脚を測定対象端面の点Aに、接触点を点Oとして、回転脚を基準平面に直に載せる。加熱後の $\theta$ と鏡面の傾斜角が一致するよう、鏡はレバーと直角に配置されている。加熱前の状態でレバーが基準平面に平行になるよう高さが調整されている。測定用スケールと望遠鏡は、鏡像であっても視線の先に見えていれば問題はないとして、スケール像を鏡像として取得できる対面する位置に、 $L$ だけ離して置かれている。従って、両者は加熱される対象からも十分に離されている。

次に、光学でこの動作と光軸の関係を説明する。図において望遠鏡は水平に固定されており、ゆえに望遠鏡から鏡までの光軸も、水平に固定された直線 $X_0$ として示される。測定対象を加熱すると、図12(b)で示すように、加熱前の点Aが加熱後に $\Delta l$ だけ伸びて点A'に移動し、測定対象面と直に接している測定軸が $\Delta l$ だけ押し

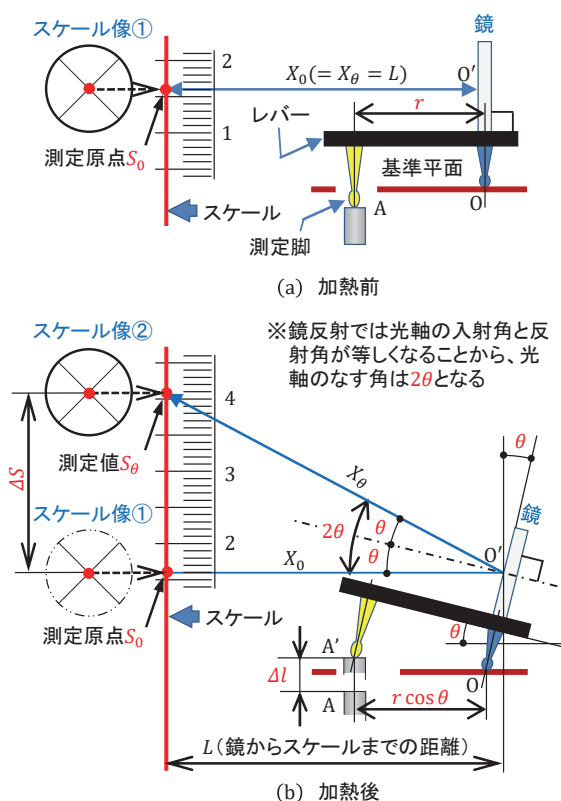


図12 スケール像を併記した光学でこの幾何学関係図

上げられる。この結果、レバーは途中に何も介すことなく $\theta$ だけ傾き、鏡も連動して $\theta$ 傾く。光軸は光の経路でもあり、入射角と反射角が等しくなる反射の法則に従う。よって、鏡からスケールまでの光軸 $X_\theta$ は、図で示すような $X_0$ から $2\theta$ 傾いた光軸となり、光軸 $X_0$ 、 $X_\theta$ の到達点は、先の配置説明より必ずスケール上の目盛り $S_0$ 、 $S_\theta$ を示す。光軸＝視線と捉えれば、鏡像などの間接的な映像を介しても、図3、11同様に、問題なく測定の不可不可を含めた、幾何学図による客観的な考察が可能となる。読み取る際は加熱前の $S_0$ を基準にとり、加熱後の $S_\theta$ の目盛りを読み込むことで $\Delta S = S_\theta - S_0$ として、 $\Delta l$ に直接対応した $\Delta S$ を求めることができる。

まとめとして、光学でこの原理に至るストーリーを説明する。最初に、図12の幾何学関係の考察から、オプティカルレバーの仕組みを式(2)で表せることを示す。さらに、 $\theta$ が微小となることから式(2)を一次近似できることを示し、光学でこの原理の導出に必要な、 $\Delta l$ と $\theta$ の比例式を式(3)として示す。

あわせて先人が行った式(2)から式(3)への展開の過程を、一次近似式を理解するための良質な課題として利用する。実際のレバーの長さ $r$ は50 mmあり、測定対

象の $\Delta l$ は80 K加熱しても高々1 mm に満たない値となる。具体的に、 $\Delta l = 2 \text{ mm}, 3 \text{ mm}$ と仮定した場合も含めて、式(3)が適用できることを実感できるように、実際に電卓で計算させて確かめさせる。

次に、式(6)の導出の糸口となる幾何学関係として、図中の $\Delta S$ 、 $L(= X_0)$ 、 $X_\theta$ で構成される直角三角形 $\triangle O'S_0S_\theta$ に注目させる。具体的には $\triangle O'S_0S_\theta$ において、光軸で説明される $L(= X_0)$ と $\Delta l$ の拡大長さである $\Delta S$ の辺比が、 $2\theta$ による $\tan$ の関係式として炙り出せることを示し、それを式(4)で表す。さらに、式(4)を一次近似した式(5)<sup>(注1)</sup>を式(3)に代入することで式(6)までの展開を行う。最後に、式(6)の $r$ 、 $2L$ 、 $\Delta l$ 、 $\Delta S$ を、図11のOA、OB、AA'、BB'に対応させて、式が相似関係による拡大を表している事を説明する。さらに、 $\tan \theta = AA'/OA = \Delta l/r$ と置くことから、オプティカルレバーを利用することで、解決を妨げる要因であったOAが $r$ に置き換えられ、課題2の解決が図られたことを述べる。

これらの流れは、一見、第三章の流れと同じに見えるかもしれない。しかし、学生は第四章で述べた、スケール像、拡大原理を着眼点として、光軸を利用した幾何学図による、図11で表した実験装置を学習している。ゆえに、図12を提示することで、理論的な知識と実際の観察を結び付け、光学でこの原理が十分理解されることを期待する。その結果、装置がどのように動作し、光学でこの原理にどのように関連しているかを自ら考え、あらたな洞察を得ることを期待する。

図13に、鏡像にピントを合わせた際のスケール像を示す。親指の先ほどの小さな鏡から鮮明な画像が得られた際、学生は先人が考えた技術を目の当たりにして驚き、素直に「すごい」と感じる機会になることを願う。

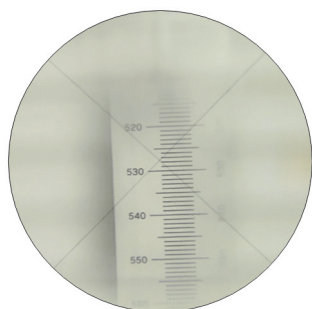


図13 望遠鏡による実際のスケール像

## VI まとめ

熱膨張の法則を検証する実験で、実験原理として利用する光学でこの原理を説明する際、目に見えない概念である光軸を利用することから、座学中心の指導では理解が不十分であった。そこで、教材および指導方法の改善を目的として、具体的には、視覚的な教材を用いた、以下の実験や指導内容を立案し実施した。

- 光学でこの原理を先人の創意工夫の歩みと捉え、ストーリー性を着眼点に、その過程を指導側主体でやって見せる実験を立案し実施した。
  - 実験時に映像を共有する手段としてデジタルカメラの画像を利用し、光学でこの原理理解に必須となる光軸を、視覚化し知識を正しく把握できるよう第四章の実験を、2コマの授業時間で実施した。
  - 着目する現象として、スケール像、およびその拡大原理をあげ、光軸で共有化した画像イメージと幾何学図を用いた説明を行い、円滑な理解を促した。
- 成果として、学生が本実験の装置を組み立てる際に、光軸を意識した幾何学図を利用し、自ら考えて組み立てる姿勢が見られた。

### [注]

- (1) 光軸 $X_0$ が水平に対し $\delta$ 傾いた場合、 $\triangle O'S_0S_\theta$ は直角三角形とはならず、反射の法則から $S_0/L = \tan(2\delta)$ 、 $S_\theta/L = \tan(2\theta + 2\delta)$ が導かれる。従って $\Delta S/L = \tan(2\theta + 2\delta) - \tan(2\delta)$ となるが、この時 $\theta$ は微小であるため、 $\delta$ が微小であるとする、 $\Delta S/L = (2\theta + 2\delta) - 2\delta = 2\theta$ となり、この場合も式(5)が成り立つ。

### [参考文献]

- (1) 光てことは、<https://kotobank.jp/word/%E5%85%89%E3%81%A6%E3%81%93-119226>, 2022.11.7。
- (2) 稲川明雄、山本五十六のことば、新潟日報メディアネット、2011年、pp.70-71。
- (3) 光学第3章幾何光学、[http://qopt.iis.u-tokyo.ac.jp/optics/3lensU\\_A4.pdf](http://qopt.iis.u-tokyo.ac.jp/optics/3lensU_A4.pdf), 2023.5.12。