

# 钢管表面き裂検査(交流漏洩磁束法)を 支援する近似的数値解析の開発

岡山職業能力開発短期大学校 後藤雄治  
職業能力開発総合大学校 橋本光男

Approximate Numerical Analysis Method of Magnetic Flux Leakage Testing

Yuji GOTOH, Mitsuo HASHIMOTO

**要約** 近年鉄鋼業界では、鉄鋼製品の高品質化が叫ばれており、特に鉄鋼材料の表面微小き裂検査は重要課題となっている。製造過程に高速かつ非接触で検査が行える利点を有する非破壊検査手法の一つに、交流漏洩磁束探傷試験法がある。この手法は、鉄鋼材料表面を励磁コイルにより交流で磁化させ、表皮効果により、磁束を材料表層に集中させる。万が一、材料表層に微小き裂が存在する場合、その部分より、き裂の大きさに見合った漏れ磁束が発生する。その漏洩磁束を磁気センサー等で測定し、き裂の評価を行うといった検査手法である。この検査手法では、より浅いき裂評価の要求が高まっており、年々使用される周波数は高くなりつつある。しかし、この手法の評価方法は確立されていないため、検査により得られたき裂信号の判別や、き裂の幅や深さ、周波数変化に対する信号波形の評価等は検査員の経験に頼る部分が多い。そこで、我々は有限要素法による数値解析を使用し、き裂から漏れる漏洩磁束や材料内部の磁束密度、透磁率や渦電流密度等の振る舞いを解明し、さらに材料別における周波数特性等を導きだし、実検査における評価の基準となる基礎データの蓄積を試みた。非線形交流電磁界場の解析には材料内の透磁率の非線形問題を時間ステップで解く時系列解析（Step by Step法）が有用である。しかし、この解析方法は励磁電流波形の1サイクルを数ステップに区切り、そのステップ全てに対し非線形解析を行ない、全ステップにおける解析結果を総合的に評価する必要があるため、多くの解析時間を必要とする。そこで我々は未飽和磁化領域では、材料内に発生する磁束波形は歪まず、正弦波形として扱えることに着目し、計算時間の短縮や解析の容易性を考え、材料内部の磁束波形を正弦波として取り扱い、1回の計算で解を求める能够な複素数近似解析法（ $j\omega$ 法）を使用した非線形解析法の開発を行ない、交流漏洩磁束探傷試験法の現象解明および、き裂評価の基礎データの算出を行ったので報告する。

## I 緒 言

鉄鋼材料は構造物を構成する基礎材料として広く適用され、その需要は著しい。近年これらの材料には高品質が望まれ、特に表面の微小き裂の検出は重要視されている。この強磁性材料の表面微小き裂検出に対す

る非破壊検査手法として、高い周波数による交流漏洩磁束探傷試験法の適用が実用化されつつある。この検査では、表面に交流磁束を集中させるが、この時強磁性体内では非線形の磁気現象が生じる。このため、この検査法の周波数や励磁電流の設定は経験的に行われてきた。一方、数値解析においても、直流漏洩磁束探

傷試験法に関しては有限要素法を用いた各種の解析が報告されている<sup>(1)-(3)</sup>。しかし、交流漏洩磁束探傷試験法については、磁気特性の非線形計算や渦電流を考慮するといった複雑な計算を必要とするため、報告例は少ない<sup>(4)-(7)</sup>。本研究では、交流漏洩磁束探傷試験法の現象を解明するために、材料内の歪む磁束密度波形を振幅の等しい正弦波形に近似する非線形数値解析法を適用したので報告する。

## II 解析方法

### 2.1 交流非線形解析の基本方程式

交流電磁界解析の支配方程式を以下に示す。

$$\operatorname{rot}(\nu \operatorname{rot} \mathbf{A}) = \mathbf{J}_o - \mathbf{J}_e \quad (1)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{J}_e = 0 \quad (2)$$

ここでの渦電流密度  $\mathbf{J}_e$  は、

$$\mathbf{J}_e = -j\omega\sigma\mathbf{A} \quad (3)$$

である。なお  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{J}_o$ ,  $\mathbf{J}_e$ ,  $\nu$ ,  $\sigma$ ,  $\omega$  はそれぞれベクトルポテンシャル、強制電流密度、渦電流密度、磁気抵抗率 ( $\nu=1/(\mu r \times \mu_0)$ )、導電率、角周波数である。また、本解析で使用した強磁性体は等方性磁性材料として取り扱っている。

### 2.2 強磁性体の交流非線形解析

非線形交流電磁界場では厳密には材料内の透磁率の非線形問題を時系列で解く必要がある。しかし、それには膨大な計算時間を要するため実用的ではない。そこで、複素数近似解析法 ( $j\omega$  法) を使用し、非線形交流磁界の歪波形を振幅の等しい正弦波に近似する解析法について検討した。これは、磁場の強さ  $\mathbf{H}$  の時間変化を

$$\mathbf{H} = \mathbf{A} \sin \omega t \quad (4)$$

とし、 $\mathbf{H}$  が一定方向直線上で正弦波状に変化するとき、B-H 特性により歪む磁束密度  $\mathbf{B}$  を振幅の等しい正弦波に近似して複素数近似解析法 ( $j\omega$  法) を適用するといった解析方法である。Fig.1 に解析のフローチャート図を示す。実際の解析では、磁場  $\mathbf{H}$  の振幅を様々なに変化させて、実際に発生する磁束密度  $\mathbf{B}$  と振幅の等しい近似した正弦波の振幅を計算し、B-H 曲線に基づき非線形反復計算を行っている。

### 2.3 プログラム

本解析では磁気ベクトルポテンシャルによる軸対称有限要素法を用いた。強磁性体の磁気特性は、磁気抵抗率 ( $\nu=1/\mu$ ) が磁束密度によって変化する非線

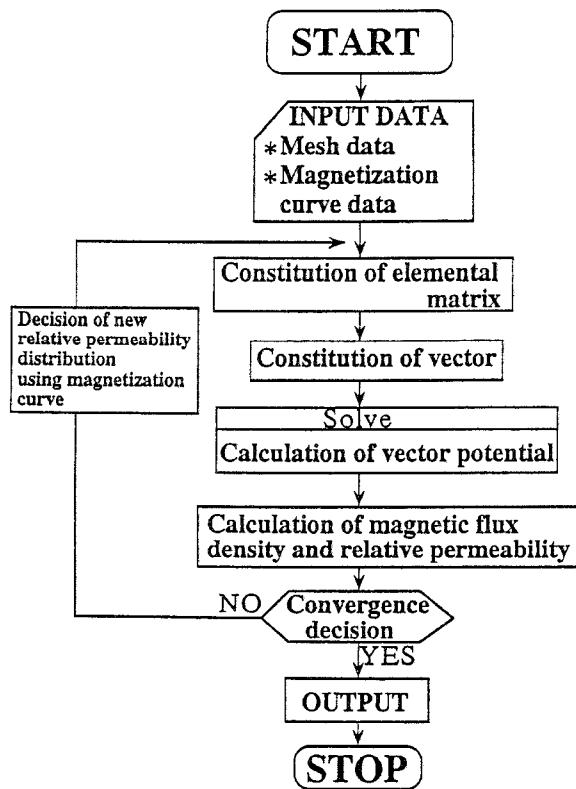


Fig. 1 Flow chart of non-linear alternating magnetic field numerical analysis

形特性を示す。そこで非線形解析を行う場合、材料の非線形特性を予めコンピュータに入力しておかなければならぬ。等方性磁性材料では、磁場の強さ  $\mathbf{H}$  よりび磁束密度  $\mathbf{B}$  の間には、ヒステリシスを無視すれば Fig.2 の様な関係がある。これを式で表せば次式となる。

$$\mathbf{H} = \nu \mathbf{B} \quad (5)$$

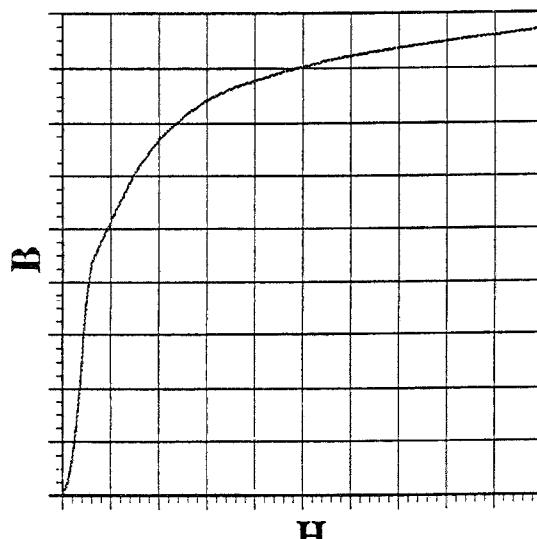


Fig. 2 B-H curve

等方性磁性材料の磁気特性は磁性体のどの方向でも等しいので、その磁気抵抗率 $\nu$ は、磁束密度の方向には関係なく、その大きさ $B$ のみの関数として次式の様に表すことができる。

$$\nu = f(|B|) \quad (6)$$

磁気抵抗率 $\nu$ を磁束密度 $B$ の2乗の関数として表すと、Fig.3のようになる。これを式で表すと次式となる。

$$\nu = g(B^2) \quad (7)$$

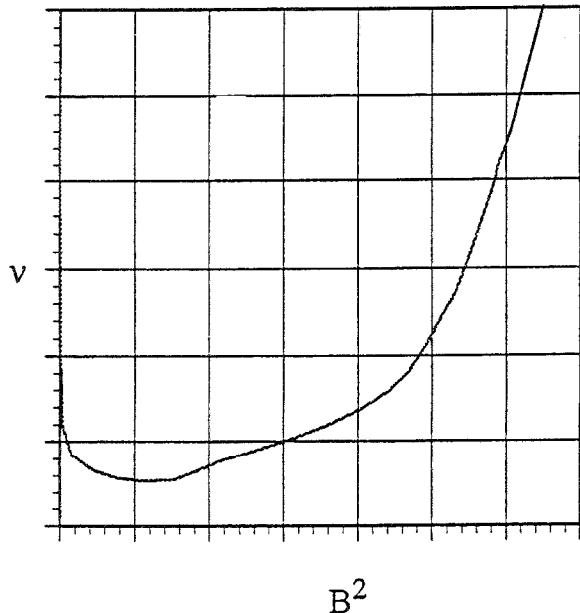


Fig. 3  $B^2 - \nu$  curve

等方性磁性材料の磁化特性は(7)式がよく用いられる。これより外部磁場 $H$ を考慮せずに、材料の非線形磁気特性を表すことができる。解析ではこのFig.3の曲線に合うよう、(1)式の磁気抵抗率を修正し、収束条件を満たすまで反復計算を行う。実際の非線形解析ではFig.3の曲線をFig.4に示すような折れ線グラフで近似し、最初、任意の磁気抵抗率で一度計算した材料内の磁気ベクトルポテンシャル $A$ を用いて磁束密度 $B$ を算出し、その $B$ を使用して図中のP1、P2間の任意の点Pの磁気抵抗率 $\nu$ を次式により求める。

$$\nu(B^2) = \nu(B_1^2) + \{ (B^2 - B_1^2) / (B_2^2 - B_1^2) \} \{ \nu(B_2^2) - \nu(B_1^2) \} \quad (8)$$

この方法は少ない計算時間で解を求められる利点を有する<sup>(8)</sup>。しかし、交流磁場での材料内は渦電流が発生し、その分布が透磁率で決まり、かつ表面の狭い範囲で大きく変化するため(8)式を直接用いては収束しない。そこで本研究では、(8)式で計算された新たな磁気抵抗率をそのまま使用し、新たな磁気抵抗率とし

て再計算するのではなく、一回前に使用した磁気抵抗率と、新たな磁気抵抗率に重みをつけ、反復計算を行い、交流磁場内の非線形解析を可能にした<sup>(9)-(16)</sup>。新たな磁気抵抗率は(8)式で計算されたk回目およびk+1回目の磁気抵抗率に次の重みを用いて計算する。

$$\nu(B^2) = (1-n) \nu(B^2)^k + n \nu(B^2)^{k+1} \quad (9)$$

本研究ではこの式の $n$ を様々に変化させ、k回目およびk+1回目の最適な割合を求めた。その解析結果をFig.5に示す。これは、強磁性体内の任意の要素における、重み $n$ に対する比透磁率(真値:475)の収束回数を表したグラフである。この結果よりn=0.45では60ループ付近で収束はするが変動が激しく、場合によっては収束しないケースが生じる恐れがある。これに対し、nの値が0.3以下だと変動が減り、確実に真値付近で留まることが理解できる。しかし、nの値が0.05の様に小さすぎると、60ループを越えても真値に近づかず、収束が遅くなることが理解できる。これらのことから、本研究ではnの値を0.1以上0.3以下の範囲内で解析を行った。

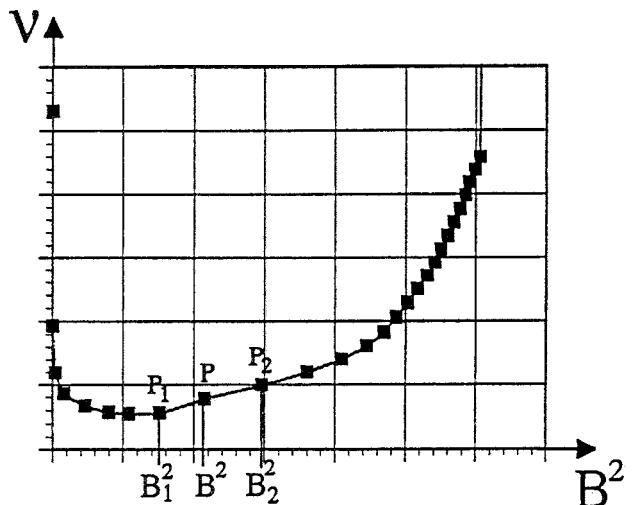


Fig. 4 Approximate line graph of  $B^2 - \nu$  curve

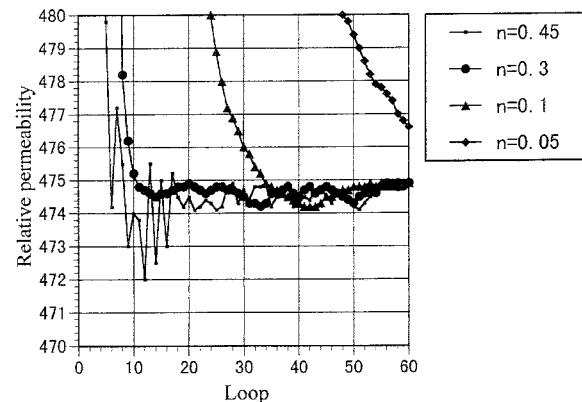


Fig. 5 Convergent condition of non-linear analysis

## 2.4 非線形反復計算における収束判定法

本研究の非線形解析における収束判定は、材料内の磁気ベクトルボテンシャル  $A$  の総和の変化分で求めた。収束判定に用いた式（相対誤差判定式）は次式を使用した。

$$\left| \frac{\left( \sum A^k - \sum A^{k+1} \right)}{\sum A^{k+1}} \right| < \varepsilon \quad (10)$$

ここで、 $\sum A^k$ 、 $\sum A^{k+1}$  はそれぞれ  $k$  および  $k+1$  回目の材料内における磁気ベクトルボテンシャル  $A$  の総和であり、 $\varepsilon$  は収束判定値である。交流非線形解析では(10)式の収束判定値  $\varepsilon$  を、より小さい値にしても得られる解に変化が見られないことを確認したうえで  $1.0 \times 10^{-4}$  を使用した。

## 2.5 磁化特性

本研究で解析を行った磁化曲線をFig.6に示す。これは静磁界で測定された実測値を基に作成したものである。交流磁場内における正確な磁化特性が現段階では判っていないので、今回の解析で磁化特性は静磁界によるものと仮定した。強磁性体の初期透磁率は、ばらつきを持つ。本解析では各材質の最大比透磁率の10%をそれぞれの初期透磁率として与えた。

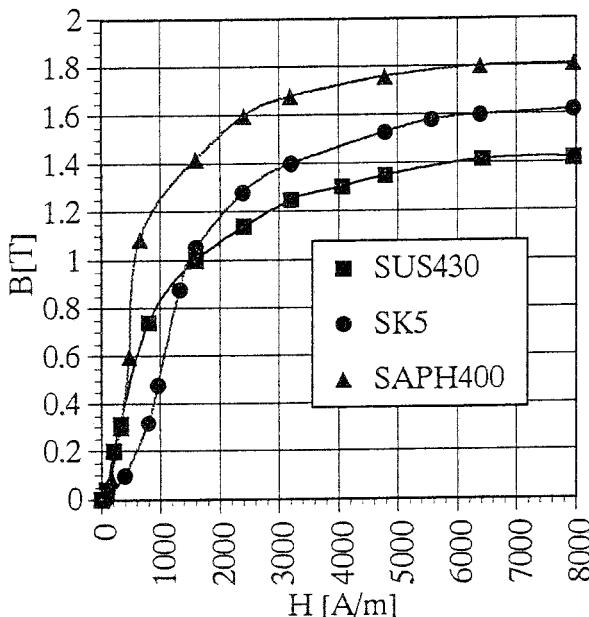


Fig. 6 B-H curve in static magnetic field

## 2.6 解析モデル

解析に用いたモデル（1/4領域）をFig.7に示す。交流漏洩磁束探傷試験法は材料の表面き裂検査に適していることから、被検材の外側にき裂を模擬し、管外側より励磁を行う解析モデルを想定した。材料表面に

生じるき裂は様々な形状が考えられるが、本研究では、鉄鋼製品の圧延工程等で生じるキズを模擬するため、き裂は矩形モデルとした。また本解析では、解析の容易性から軸対称解析を用いるため、き裂は周方向一律である。被検材である強磁性体は材質 SK5, SUS 430, SAPH400 の 3 種類で、長さ 600mm、厚さ 3mm、外半径 905mm とし、導電率はそれぞれ  $5.814 \times 10^5$  S/m、 $1.533 \times 10^5$  S/m、 $6.333 \times 10^5$  S/m である。また、材料内の最大比透磁率はそれぞれ 526、782、1324 である。被検材を磁化させるコイルは、巻数 1000 ターン一定とし、長さ 10mm、厚さ 2 mm とした。励磁電流、周波数、き裂の幅及び、深さを変化させた時の、き裂近傍における磁束密度及び比透磁率分布、漏洩磁束波形等の解析を行った。

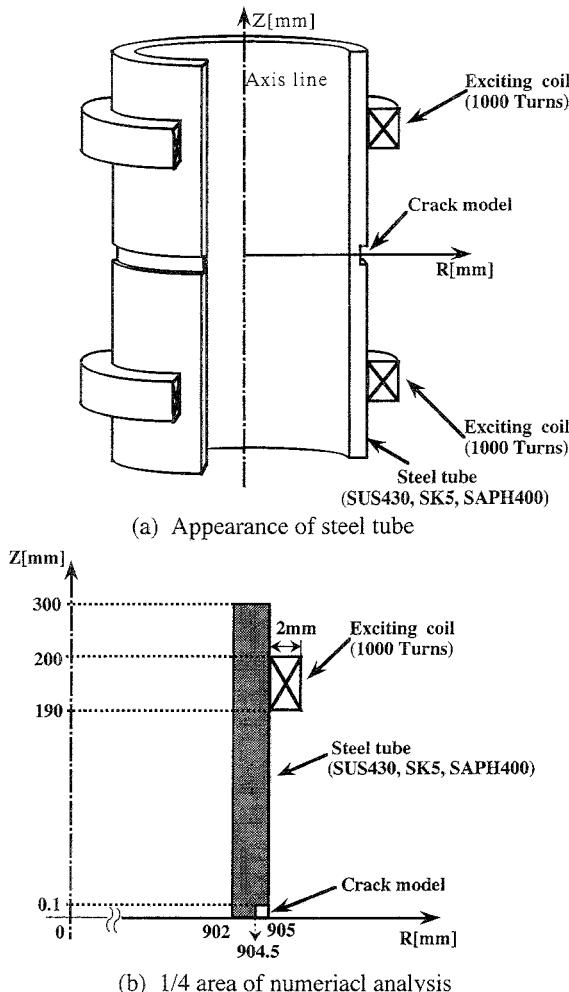


Fig. 7 Model of numerical analysis

## III 解析結果及び考察

### 3.1 材料内磁束密度、比透磁率分布

材料 SUS 430 について、強磁性体内部の磁束密度

$B$  [T] 分布及び、比透磁率分布の解析を行った。励磁電流0.2A、2.0A時、周波数 2 kHz、10kHz時の解析結果をFig.8~Fig.13に示す。材料内の磁束は周波数が高くなるにつれて、より材料表層に集中し、特にき裂近傍に磁束のピークがみられ、き裂の存在により大きな磁束の変化が現れていることが理解できる。また比透磁率分布は、電流値が0.2A時では、磁束が集中している部分が最大比透磁率に近づいているが、電流値が2.0Aと大きくなるに伴い、磁束の集中する部分が磁気飽和領域に近づき、真空の比透磁率に近づいていることが理解できる。

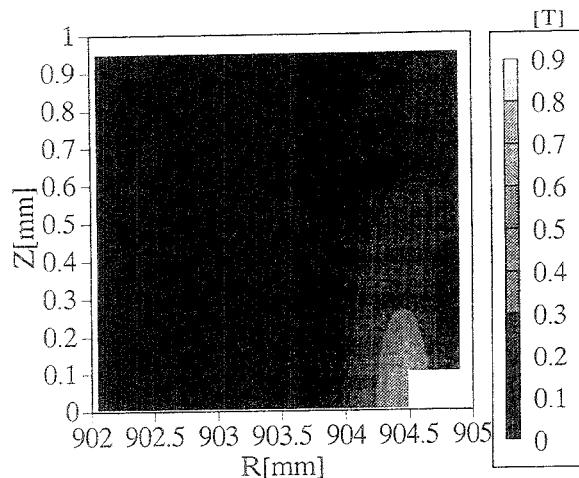


Fig. 8 Distribution of magnetic flux density in material  
(2 kHz, 0.2A, SUS430)

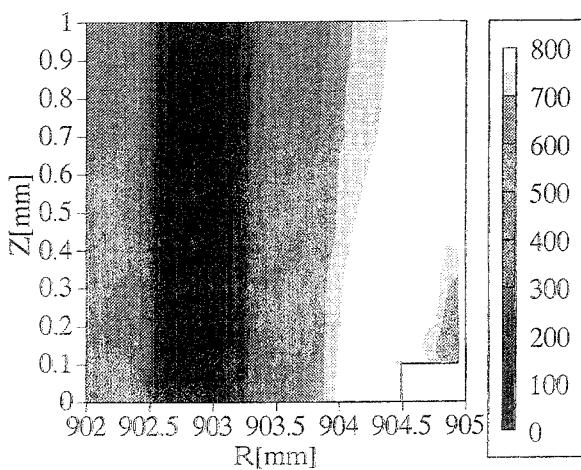


Fig. 9 Distribution of relative permeability in material  
(2 kHz, 0.2A, SUS430)

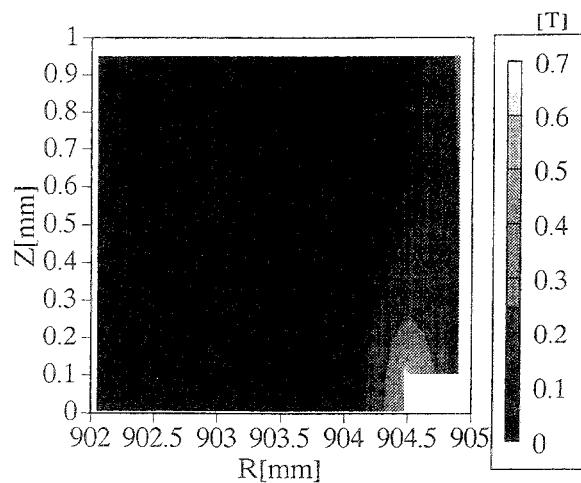


Fig.10 Distribution of magnetic flux density in material  
(10kHz, 0.2A, SUS430)

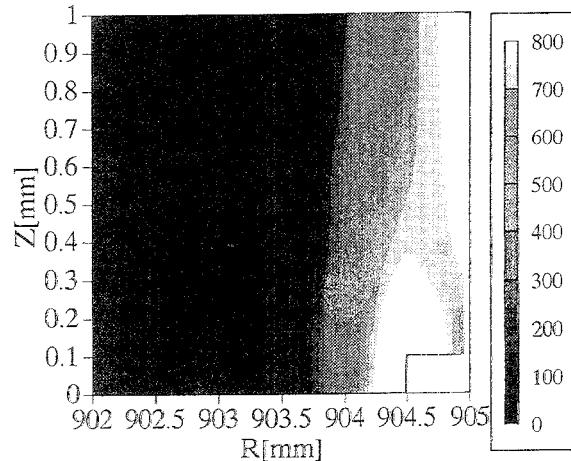


Fig.11 Distribution of relative permeability in material  
(10kHz, 0.2A, SUS430)

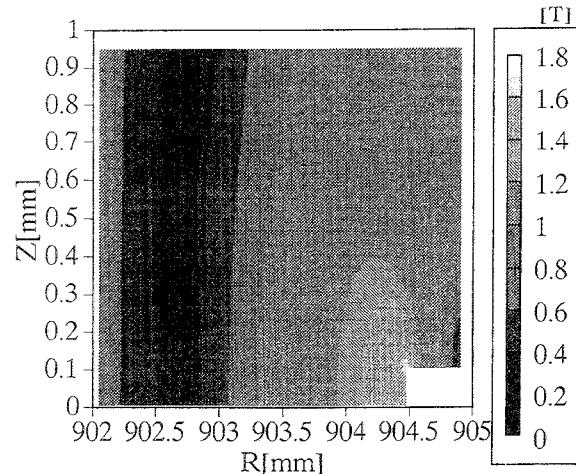


Fig.12 Distribution of magnetic flux density in material  
(2 kHz, 2A, SUS430)

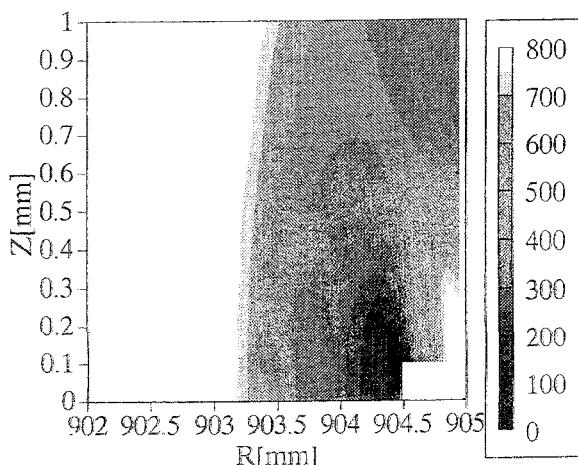


Fig.13 Distribution of relative permeability in material  
(2 kHz, 2A, SUS430)

**3.2 材料内の磁束密度、漏洩磁束ベクトル分布**

材料SUS430について、き裂近傍における磁束密度分布及び漏洩磁束ベクトル分布をFig.14～Fig.16に示す。強磁性体内部の磁束の分布は、き裂の存在により大きく変化していることが理解できる。Fig.14より、材料内上部より侵入した磁束分布はき裂が存在することにより、その進行が妨げられ、き裂の深い部分へ潜り込み、その部分で磁束量が増している様子が理解できる。次に、き裂近傍における材料内部の磁束ベクトル分布を非線形と線形解析を行ない、両者の解析比較を行なった。その結果をFig.15とFig.16にそれぞれ示す。Fig.15は本研究で開発を行なった近似的非線形解析結果、Fig.16は線形解析結果を示している。なお、線形解析では材料内の比透磁率は100一定として解析を行なった。解析結果では、両者とも空間に分布する漏洩磁束は同様の分布を示している。非線形解析では、き裂が存在することにより強磁性体内部の磁束はき裂の深い部分へ徐々に潜り込んでいる様子がわかる。しかし線形解析では、材料内部に侵入した磁束は、き裂の壁に突き当たり、その進行方向を無理矢理に曲げられた分布となっていることが理解できる。また材料表層の磁束ベクトルは、き裂の深い部分に潜り込むのではなく、その磁束量全てが空間に漏洩する分布を示し、磁束の連続性が失われた結果であることがわかる。このことから線形解析では空間に分布する漏洩磁束量にも大きな誤差が生じるため、交流漏洩磁束解析には非線形解析が有用であることが理解できる。次にFig.17は近似的非線形解析による、き裂表面の空間部分における磁束Br成分の強度分布を示したものである。この図より、R軸方向の漏洩磁束は、き裂の角部にピー

ク値がみられ、半円形状に広がりを見せており、材料表面から検出センターとの距離（以下リフトオフと呼ぶ。）が増えるに伴い、磁束のピーク値はZ軸のプラス方向に移行していくことが理解できる。このことから、実際のき裂検査では、リフトオフが増すと、実際のき裂幅より広い幅を検出してしまうことが予想される。

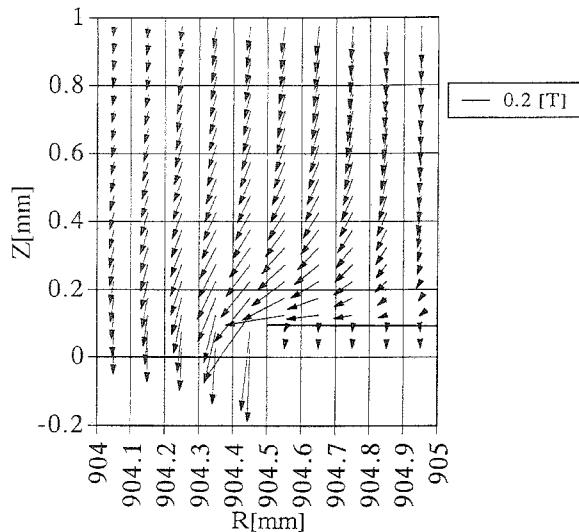


Fig.14 Vector distribution of magnetic flux density in material  
(Frequency : 2kHz, Current:0.2A, Width of crack:0.2mm, Depth of crack:0.5mm, SUS430)

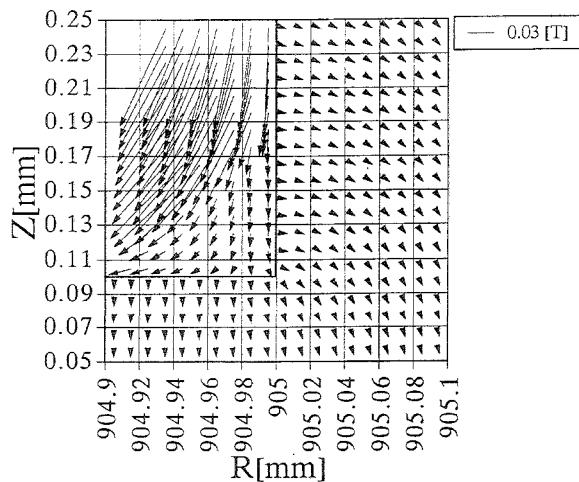


Fig.15 Non-linear alternating magnetic field numerical analysis  
(Frequency: 2kHz, Current:0.2A, Width of crack:0.2mm, Depth of crack:0.5mm, SUS430)

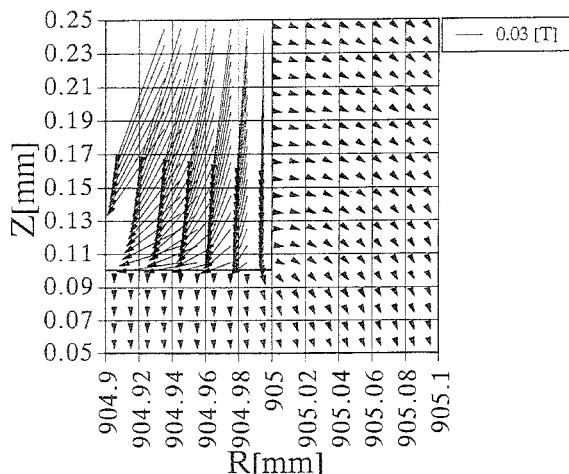


Fig.16 Linear alternating magnetic field numerical analysis  
(Frequency: 2kHz, Current:0.2A, Width of crack:0.2mm, Depth of crack:0.5mm, SUS430, Constant relative permeability:100)

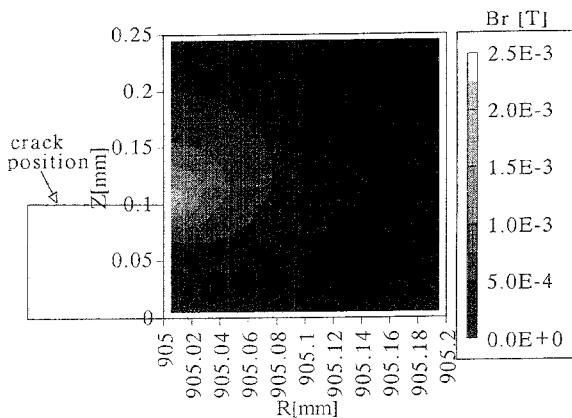


Fig.17 Distribution of magnetic flux density ( $Br$  [T])  
(Frequency: 2kHz, Current:0.2A, Width of crack:0.2mm, Depth of crack:0.5mm, SUS430)

### 3.3 漏洩磁束波形 (R 軸方向成分)

#### 3.3.1 き裂深さ変化

材料SUS430について周波数2kHzで励磁電流値を0.2Aとし、き裂幅を0.2mm、リフトオフ0.2mmと一定にし、き裂深さを0.5、1.0、2.0mmと変化させた時の漏洩磁束分布 (R 軸方向成分) をFig.18に示す。

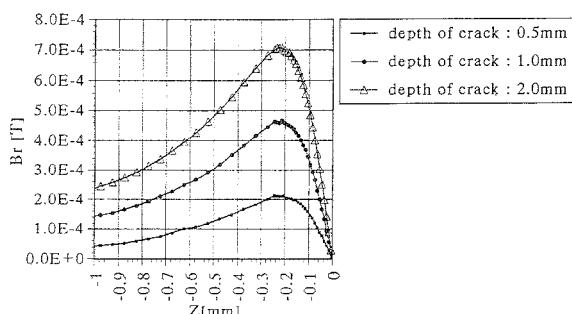


Fig.18 Leakage flux of depth change (Br [T])  
(Frequency: 2kHz, Current:0.2A, Width of crack:0.2mm, SUS430)

き裂の幅が一定の時は、き裂深さが深くなるにつれて振幅は大きくなることが理解できる。しかし、波形ピーク値の位置変化はみられない。

#### 3.3.2 き裂幅変化

材料SUS430について周波数2kHzで励磁電流値を0.2Aとし、き裂深さ0.5mm一定時で、き裂幅を0.02～0.8mmと変化させ、リフトオフを0.2mm一定にしたときの漏洩磁束ピーク波形値 (R 軸方向成分) をFig.19に示す。き裂幅が0.3mmまでは、幅が広がるにつれてピーク値は増加していくのに対し、き裂幅が0.3mmを越えるにしたがって漏洩磁束のピーク値はゆるやかではあるが減少傾向にあることが理解できる。き裂の2つのエッジ部は磁化により2つの磁極と考えることができる。この距離が非常に近寄っていると、その隙間を透過する磁束が増え、R 軸方向の漏洩磁束は少ない。き裂幅が広くなるにつれ、き裂の隙間を直接透過する磁束の量が減り、エッジ効果によりR 軸方向の漏洩磁束は増加する。しかし、き裂幅が一定以上になると、き裂のエッジ部である磁極間が大きくなり、R 軸方向の漏洩磁束は緩やかに減少していくと考えられる。

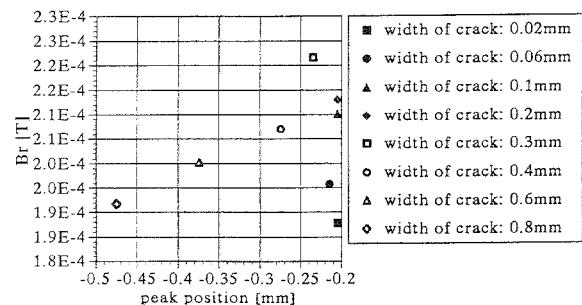
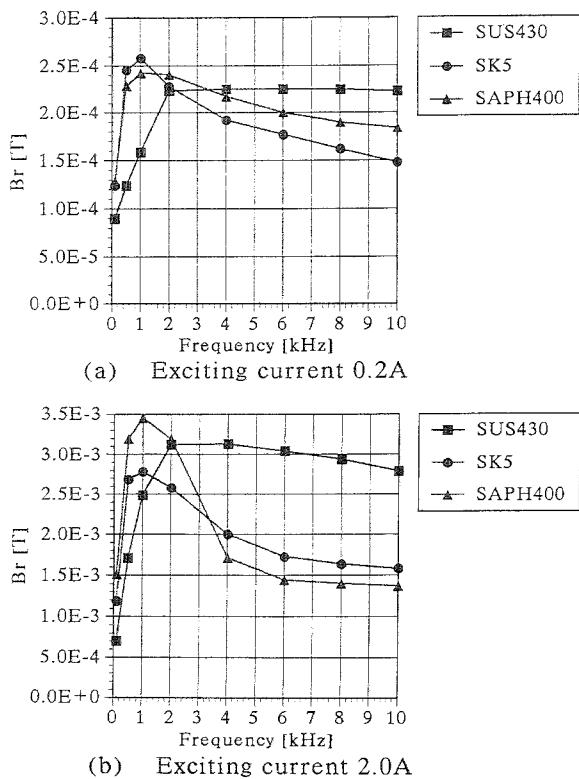
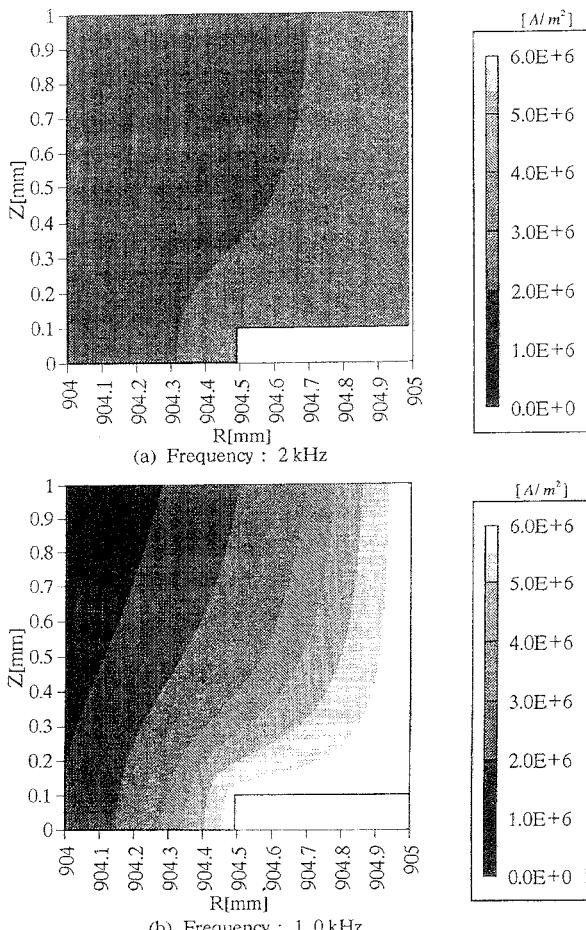


Fig.19 Peak point of leakage flux  
(Frequency: 2kHz, Current:0.2A, Lift off 0.2mm, Depth of crack:0.5mm, SUS430)

#### 3.3.3 材料及び周波数変化

材料SUS430、SK5、SAPH400について、き裂幅0.2mm、き裂深さ0.5mm、リフトオフを0.5mm一定で、周波数を100、500Hz、1、2、4、6、8、10kHz、励磁電流値を0.2、2.0Aと変化させたときの漏洩磁束波形 (R 軸方向成分) をFig.20に示す。材料SK5、SAPH400に関しては、励磁電流0.2、2.0Aの両者ともに、周波数1 kHzまでは増加傾向であり、材料SUS430に関しては周波数2 kHzまでは増加しているのに対し、周波数をそれ以上増やすと逆に波形のピーク値は全ての材料とも減少傾向にあることが理解できる。

Fig.20 Maximum leakage flux on each frequency  
(Lift off: 0.2mm)Fig.21 Distribution of eddy current in material  
(Exciting current 2A constant, SUS430)

### 3.3.4 漏電流密度分布

Fig.21より、周波数が高くなるにつれ強磁性体表面に分布する漏電流密度が増加し、外部磁場による磁束の侵入を妨げることから、ある周波数以上の高周波数を使用すると漏洩磁束は減少傾向を示すと考えられる。以上のことから、材料にとって最適周波数及び最適励磁電流値が存在することが予想できる。

## IV まとめ

交流磁場内における強磁性体内の磁束密度は非線形特性から歪み波形となり、これを解析するには時系列計算が必要となる。しかし、交流磁場における非線形特性は必ずしも明確ではないため、時系列解析においても現時点では非線形特性の仮定が入ってしまう。そこで磁気飽和特性を主眼において、本研究では強磁性体内の歪み波形となる磁束密度を振幅の等しい正弦波形と考え、B-H特性による非線形ならびに漏電流のみを考慮した解析方法の開発を行なった。この方法を適用することにより、本論文で表した様に、交流磁場内における漏洩磁束の振る舞いを解析出来るようになった。本論文では交流のサイクル内の磁束波形は近似しているが、磁気飽和を考慮した交流磁場内における磁束の振る舞いの解析が可能になったことを述べ、さらに、実検査現場におけるき裂検査評価の基準となる、基礎データを示すことができたと考えている。交流漏洩磁束法の非線形近似数値解析により得られた結果を以下にまとめて示す。

- (1) 非線形近似数値解析により、交流漏洩磁束モデルの解析を可能にした。この解析法により強磁性体内の磁束分布、比透磁率分布及び、漏洩磁束ベクトル分布が評価できるようになった。また、き裂エッジ部の磁束の振る舞いが線形解析に対し、より自然な振る舞いとして解析することができるようになった。
- (2) 漏洩磁束は、き裂の形状変化に関して、振幅の大きさはき裂の深さに関係し、ピーク値の位置変化はき裂幅に関係することが理解できた。また、リフトオフが増すに伴い、実際のき裂より幅が広く評価されることが分かった。
- (3) 交流漏洩磁束法は、漏電流が関係するため、材質により、最適周波数や励磁電流値が存在することが予想される。

### [参考文献]

- (1) 植竹一蔵、伊藤秀之、斎藤鉄哉：漏洩磁束探傷に

- おけるセンサの寸法効果について(第一報)、非破壊検査、第40巻、第5号、pp.291-297、(1991)
- (2) 植竹一蔵：漏洩磁束探傷試験法、非破壊検査、第43巻、第10号、pp.621-627、(1994)
- (3) Kazuyoshi Sekine, Yaobang Zhang, Akira Iizuka and Kastunobu Nonaka A Theoretical Analysis of Magnetic Force Acting on Magnetic Particles in the Immediate Vicinity of Surface Flaws, The First US-Japan Symposium on Advances in NDT, pp.396-401、(1996)
- (4) 鈴間俊之、藤原弘次：2次元非線形動磁場解析の交流漏洩磁束探傷への適用、(社)日本非破壊検査協会春季講演概要集、pp.113-118、(1996)
- (5) 後藤雄治、橋本光男：交流漏洩磁束探傷試験の近似的数値解析法の検討、(社)日本非破壊検査協会春季講演概要集、pp.87-90、(1996)
- (6) 迎静雄、加藤光昭、西尾一政：漏洩磁束探傷法における欠陥の定量化と漏洩磁束密度に及ぼす因子の影響の検討、非破壊検査、第37巻、第11号、pp.885-893、(1989)
- (7) 加藤光昭、西尾一政、安部正光：種々の断面形状を有する表面きずの漏洩磁束探傷法による定量化-双極子モデルとコンボルーション法を用いたシミュレーション、非破壊検査、第44巻、第5号、pp.331-336、(1995)
- (8) 中田高義、高橋則雄：電気工学の有限要素法(第2版)、森北出版、(1983)
- (9) 後藤雄治、橋本光男：交流漏洩磁束探傷試験の近似的数値解析法の検討、第1回神奈川県非破壊試験技術交流会・技術研究会、pp.48-53、(1996)
- (10) 後藤雄治、橋本光男：交流漏洩磁束法の近似非線形数値解析シミュレーション、(社)日本非破壊検査協会、画像技術の表面探傷への応用シンポジウム、pp.119-124、(1997)
- (11) 後藤雄治、橋本光男：交流漏洩磁束探傷試験の等価正弦波非線形数値解析の評価、日本AEM学会、MAGDAコンファレンス講演論文集、pp.29-34、(1997)
- (12) Y.Gotoh and M.Hashimoto : Approximate Numerical Analysis Method of Alternating Magnetic Flux Leakage Testing、International Symposium on Non-Linear Electromagnetic Systems、ISEM BRAUNSCHWEIG in GERMANY、MPB1-17、(1997)
- (13) 後藤雄治、橋本光男：交流漏洩磁束探傷試験法の等価正弦波法による非線形数値解析、(社)日本非破壊検査協会、表面探傷分科会、pp.14-19、(1997)
- (14) 後藤雄治、橋本光男：漏洩磁束探傷モデルの数値解析評価、電気学会、マグネティックス研究会、pp.81-85、(1997)
- (15) 後藤雄治、橋本光男：交流漏洩磁束探傷試験法を支援する等価正弦波を使用した数値解析、第5回職業能力開発研究発表講演会、pp.18-19、(1997)
- (16) 後藤雄治、橋本光男：交流漏洩磁束探傷試験の非線形シミュレーション、(社)日本非破壊検査協会、平成9年度秋季大会、pp.69-72、(1997)