

RC アクティブフィルタ最適設計手法の一検討

香川職業能力開発短期大学校

稲 益 悦 夫

A Study of the Optimal Design Method for RC Active Filters

Etsuo INAMASU

要約

A/D変換器の前段に必要なアンチエイリアシングフィルタにはRCアクティブフィルタがよく利用されている。近年ではA/D変換器が高速化してきており、アンチエイリアシングフィルタにも数百kHzの高周波帯域で使用できるものが必要になってきている。本研究では、高性能演算増幅器を利用した高周波帯域での単一演算増幅器型回路のRCアクティブフィルタの最適設計手法について検討している。

RCアクティブフィルタは高周波帯域やポールQが高い領域で使用する場合演算増幅器の影響により、周波数特性が設計値に対して偏差を生ずる。本研究では連立チェビシェフ特性低域通過フィルタを数十～百kHz帯域で設計し、試作している。演算増幅器の影響を補償する方法については受動素子の値を逐次近似手法により修正し周波数特性の偏差を正確に補正できることを確認している。また、逐次近似による最適化結果は試作の回路で実測確認を行っている。

I はじめに

職業能力開発短期大学校の電子・情報系の実習科目ではA/D変換器やD/A変換器が多数使用されている。実務においてもアナログ信号をコンピュータを用いてデジタル処理する際、多くの場合A/D変換器やD/A変換器が使用される。そして、これらと共にアンチエイリアシングフィルタやスムージングフィルタが使用されている。近年では、デジタルフィルタ及びスイッチトキャパシタフィルタの利用が普及してきているが、システムの規模が比較的小さく、アナログインタフェース部を経済的に実現することが要求される場合は、クロック回路等のデジタル回路を必要としないアナログフィルタの利用が不可欠となる。

本研究は、アンチエイリアシングフィルタをアナログフィルタの代表的存在であるRCアクティブフィルタを用いて設計し、数十～百kHzの高周波帯域で利用できるようにすることを主な目的としている。

設計の過程で必要となる逐次近似手法については、古典的な手法に加えて、近年注目されてきている遺伝

的アルゴリズムの適用を試みている。最適化結果は、回路シミュレータ(PSpice)により周波数特性を確認し、最終的に回路を試作して実測値と比較してその有効性を確認している。この結果、フィルタ試作時の微調整の作業を最小限に抑え、かつ迅速に目的の周波数特性を有するフィルタを試作できることを確認したので報告する。

II アンチエイリアシングフィルタの設計

A/D変換を行う場合は、ナイキスト周波数より高い周波数領域の信号成分を充分減衰させる必要があるアンチエイリアシングフィルタが使用される。このフィルタは概ね以下のような手順で設計されている。

- ① A/D変換器のビット数より所要減衰量を定める。
- ② 処理する信号の性質に応じて、適切なフィルタ特性(表1)を選定する。サンプルホールド回路を使用する場合アバーチャ効果を補正するフィルタ特性を付加する。
- ③ 処理する信号の帯域に応じてフィルタの遮断周波数やナイキスト周波数を決定する。

表1 標準フィルタ特性

フィルタ特性	特徴と用途
バターワース	標準的な使い方の場合
チェビシェフ	通過域リップルを許容する
逆チェビシェフ	阻止域減衰量を確保する
連立チェビシェフ	高精度な規格の場合
ベッセル	波形を重視する場合

④周波数特性やその他のフィルタの仕様等を考慮してフィルタ回路の選定を行う。

⑤回路の素子値を決定し、試作・調整を行う。

本研究で設計する8ビットA/D変換器用フィルタの周波数特性仕様を表2に示す。この仕様を満足するフィルタ関数は表1の標準特性の連立チェビシェフ特性で5次の伝達関数で実現できる。表3に得られた極（ポール）及び零点の配置を示す。

表2 低域通過フィルタ特性・仕様一覧

項目	規格
通過域減衰量	0.3 dB 以内
阻止域減衰量	50 dB 以上
通過域上限周波数	100 kHz
阻止域下限周波数	160 kHz 以下

表3 フィルタ伝達関数の極・零配置

区間	区間利得 K	極周波数 f0	零周波数 fz	ポールQ
#1	1.0	49.63		
#2	1.0	79.1	244.6	1.18
#3	1.0	103.4	162.2	5.32

Freq. in kHz

表3において区間利得は、1.0としているが、この値は適当に各区間へ配分できる。

図1は表3の極・零配置を複素周波数平面上で図示

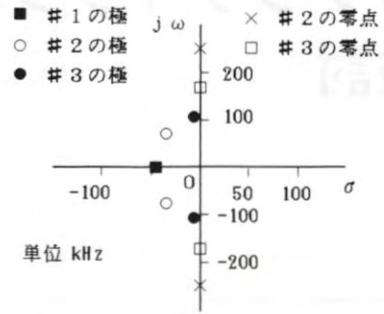


図1 フィルタの極・零配置

したもので、これにより伝達関数の把握を容易に行うことができる。図1では虚軸を1/2に縮小し全体を2πで基準化して実周波数の次元で表現している。

III RC アクティブフィルタの最適設計

1. RC アクティブフィルタの周波数特性

一般的にRCアクティブフィルタの設計では周波数特性の設計で得られた伝達関数を1次または2次の伝達関数に分解して、これらを実現するフィルタ区間の縦続接続により総合特性を実現する方法がとられる。

この場合、各々のフィルタ区間を正確に実現することが基本となる。しかし、RCアクティブフィルタでは使用する演算増幅器のGB積が有限であることからGB積無限大の理想演算増幅器を用いた場合の周波数特性に対して偏差を生じる。このため、GB積の影響を受けにくい回路構成が種々検討されているが、最終的には、回路の初期特性をGB積の影響による周波数特性偏差が許容できる範囲となるように受動素子の値を調整する必要がある⁽¹⁾。

表3の極配置のフィルタを演算増幅器が理想的であると仮定して設計した場合の初期フィルタ特性を回路シミュレータ PSpice を使用して計算した結果を図3に示す。100 kHz 付近に許容できない誤差が生じてい

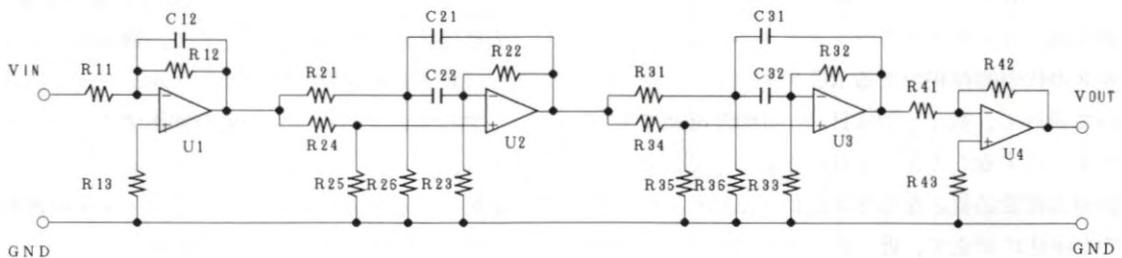


図2 5次連立チェビシェフフィルタ回路図

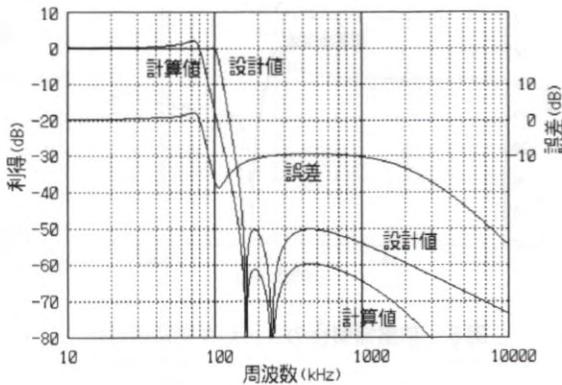


図3 初期フィルタ周波数特性

ることが確認できる。図2は試作シミュレーションに用いたフィルタ全体の回路図である。

2. 単一演算増幅器型基本2次フィルタ区間

2.1 回路解析方法

単一演算増幅器型のRCアクティブフィルタは図4のブロック図で表現できる。

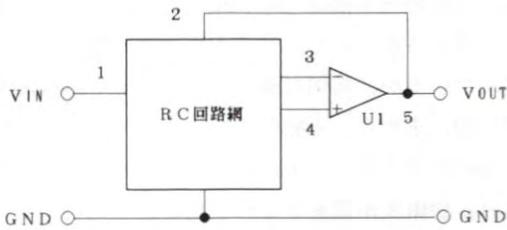


図4 単一演算増幅器型RCアクティブフィルタ

また、伝達関数の一般式は次式で示される。

$$T(s) = \beta \frac{Nff(s)}{Nfb(s) + \frac{1}{A(s)} D(s)} \quad (1)$$

ここで $Nff(s)$ はRC回路網のフィードフォワード伝達関数の、 $Nfb(s)$ はフィードバック伝達関数の分子多項式である。 $D(s)$ は伝達関数の共通の分母多項式であり、 β は最高次の係数を基準化するための定数である。⁽²⁾

$Nff(s)$ 、 $Nfb(s)$ 、 $D(s)$ は図4の回路では s に関する2次多項式となる。 $A(s)$ は演算増幅器を1次のロールオフモデルとすると、次式で表される。

$$A(s) = \frac{GB}{s + \omega c} \quad (2)$$

2.2 RC回路網の素子値計算

$Nff(s)$ 、 $Nfb(s)$ 、 $D(s)$ はRC回路網の節点解析により得られ、抵抗値 R 、容量値 C をパラメータとして含んでいる。回路の素子値を計算する場合は、(1)式は演算増幅器の項を含んでおり、設計伝達関数と次数が一致しないので演算増幅器のGB積を無限大と仮定して、(1)式を

$$T(s) = \beta \frac{Nff(s)}{Nfb(s)} = [\text{設計伝達関数}] \quad (3)$$

として、多項式中の s の係数が設計伝達関数と一致するように抵抗値 R 、容量値 C を決定する。

このようにして計算された素子値を使用すると、実際の回路の周波数特性は、演算増幅器の影響で設計値から偏差を生ずる結果となる。

演算増幅器にNS社製LF356のGB積とポール周波数を使用してフィルタ区間#3の周波数特性を計算した結果を図5に示す。図5から極が低周波側へ約25%移動していることがわかる。また、(1)式の分子多項式で決定される零点は全く影響を受けていないことが確認される。

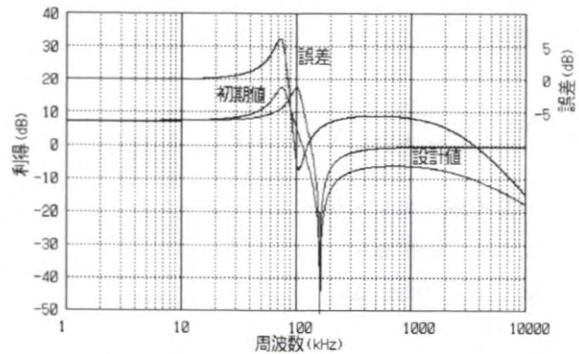


図5 フィルタ区間 (#3) の周波数特性

この結果から、抵抗値 R 、容量値 C を計算する場合には予め演算増幅器のGB積とポール周波数の値を考慮しなければならないことがわかる。しかし、一般的な計算式を求めることは困難である。

本研究では、抵抗値 R 、容量値 C の一部を変更して極の位置を修正し残りの抵抗値 R 、容量値 C を(1)式の分子多項式を満たすように決定する方法をとって

る。この方法により零点を移動せずに極のみを移動調整することが可能となる。

抵抗値R、容量値Cの修正は、古典的な手法に前置補償法があるが、精密な特性が要求される場合は限界があるので、数値的な逐次近似手法を用いて最適化を行う方法が一般的である。

逐次近似手法による最適化では以下の手順を繰り返しながら実行し、目標関数（誤差）を最小化する。

①素子値ベクトルXを定義する。

$$X = (C1, C2, \dots, Cm, R1, R2, \dots, Rn) \quad (4)$$

②誤差評価関数 $\epsilon(X)$ を定義する。

$$\epsilon(X) = \Delta || T(s; X) - T_0(s) || \quad (5)$$

ここで $T(s; X)$ は素子値Xにより計算される伝達関数であり、 $T_0(s)$ は設計値の伝達関数とする。

③素子値ベクトルXを変化させ $\epsilon(X)$ が減少することを確認し、減少していれば変化したベクトルを①の素子値ベクトルと置き換える。

3. 前置補償法による誤差補正の手順

周波数特性の偏差が伝達関数の極配置の変動と等価な場合は、一般的に予め極の変動を見込んで極を配置する前置補償法が使用される。以下に前置補償法による周波数特性補正の設計手順を示す。⁽³⁾

① ポール位置 ($Nfb(s)=0$ の根) の計算

$$s_0 = -\sigma_0 \pm j\omega_0 \quad (6)$$

② ポールシフト計算

$$\Delta s_0 = \frac{-\alpha(s_0)}{A(s_0) \cdot 2j\omega_p} \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}} \quad (7)$$

③ 前置補償 (プレ・ディストーション)

$$\sigma_0 = \sigma_0 - \text{real}(\Delta s_0) \quad (8)$$

$$\omega_0 = \omega_0 - \text{imag}(\Delta s_0)$$

④ ω_p 、Q の再計算

$$\omega_p = \sigma_0^2 + \omega_0^2 \quad (9)$$

$$Q = \omega_p / 2\sigma_0$$

⑤ 再計算された ω_p 、Q を用いて素子値を計算する。

以上の手法を本研究で設計するフィルタに適用した結果を図6に示す。図5の初期特性に対して大幅な改善がみられ有効な手法であることがわかる。

経験的には極の位置変動が複素周波数平面上で原点

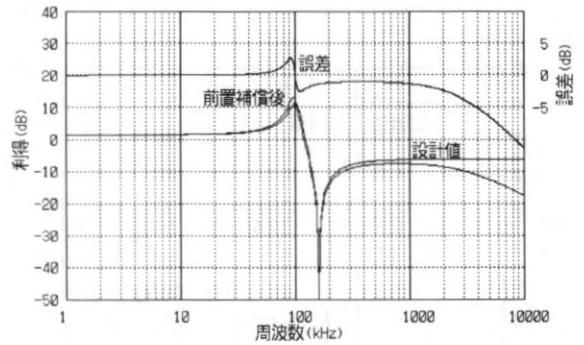


図6 前置補償後のフィルタ周波数特性

からの距離に対して10%程度以内が有効範囲である。しかし、厳密な解は得られないので精密なフィルタ特性が要求される場合は更に調整が必要である。

4. 逐次近似プログラムの作成・検討

前置補償法により算出した素子値を用いて、実際に回路を組み立てた後、適切な抵抗器を可変抵抗器としておき、周波数特性を測定しながら微調整を行うことでも、ある程度の成果が得られるが、コンピュータが利用できる今日では推奨できる方法ではない。

そこで、本研究では最適化に使用される各種の逐次近似手法の適用を検討した。逐次近似手法では多数の手法が開発されており、ソフトウェアもパッケージ化が進んでいるが、適切な選定が必要である。伝達関数が解析的に求められる場合は最急降下法や共役勾配法などが利用できるが、伝達関数の計算値のみで適用できる直接探索法が最も実用性が高いと考えられる。

今回は、上記の直接探索法と近年注目を浴びている遺伝的アルゴリズムを比較してみた。

4. 1 直接探索法の適用

直接探索法は、素子値ベクトルXをベクトル空間の各成分の方向に少しずつ確率的に変化させる直交調整法であり、簡単な原理であるが適用範囲が広い強力なアルゴリズムである。図7にプログラム化する場合のフローチャートを示す。

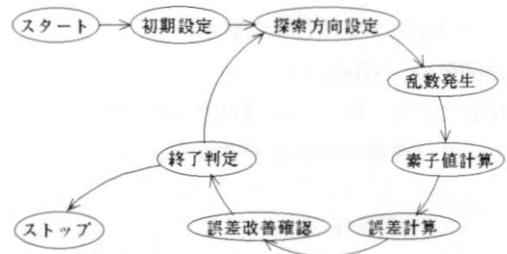


図7 直接探索法のフローチャート

プログラムを作成する場合は、使用する変数や配列等を定義した後フローチャートに従って順次コーディングを進めればよい。

探索方向は直交化法を使用することになるが、通常は素子値の順番に変更していけばよい。素子値計算では素子値ベクトルXに方位ベクトルxをかけ、これに1を法とする乱数を乗じた探索範囲PD [%] をかけて、確率的な探索ベクトルを作成している。

誤差の評価は各周波数ごとの誤差を求めその自乗和を目標関数とした。この他に最大誤差を目標関数としたり、近似精度を向上したい周波数帯域に荷重関数を乗じたりして収束精度を調整できる。

図8に、最も簡単だが強力な試行錯誤による素子値計算の部分のルーチンの例を示す。

```
void set_vector(int k, int direction)
{
/*探索ベクトル(素子値)の計算*/
float delt_x=(float)PD/100*(float)(random(1));
for(int i=0; i<N_element; i++) {
x[i]=0;
}
x[k]=direction;
for(int i=0; i<N_element; i++) {
X[i][1]=X[i][0]+sw[i]*x[i]*X[i][0]*delt_x;
}
}
```

図8 探索ベクトルのプログラム例

4.2 遺伝的アルゴリズム(単純GA)の適用

単純GAでは素子値ベクトルXを2進数のビット列で表現したものを解候補の遺伝子として複数作成し、これを交配させ適応度の高い個体を新しい世代の遺伝子として世代交代を繰り返すもので近年注目されている手法である。⁽⁴⁾⁽⁵⁾フローチャートを図9に示す。

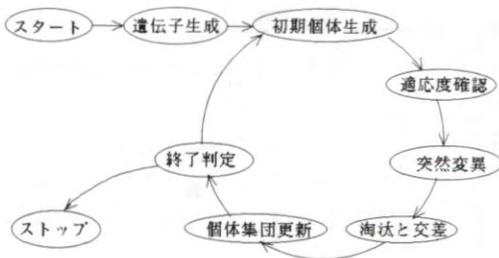


図9 遺伝的アルゴリズムのフローチャート

本プログラムでは、遺伝子を2次元配列に格納するようにしている。遺伝子の交叉は最も簡単な1点交叉法を用いている。交叉箇所までの遺伝子の長さは乱数

を用いて決定している。プログラムの例を図10に示す。また、今回は、簡単のために突然変異のルーチンは実行していない。

```
void cross_over() // 1点交叉法
{
for(int k=0; k<=(N_gene/2); k++) {
selection(); // select pgene[ ][n],pgene[ ][m]
int l=16+random[2*16]; //確率的遺伝子切れ目
// 遺伝子の交叉
for(int j=0; j<1; j++) {
cgene[j][k]=pgene[j][m];
cgene[j][k+N_gene/2]=pgene[j][n];
}
for(int j=1; j<(N_element*16); j++) {
cgene[j][k]=pgene[j][n];
cgene[j][k+N_gene/2]=pgene[j][m];
}
}
}
```

図10 遺伝子交叉のプログラム例

適応度の計算では、目標関数の値を各遺伝子毎に求め、誤差の最大値に対する差を誤差の最大値で標準化したものに、1を法とする乱数を乗じたものを採用している。これにより、適応度の高い遺伝子を重複を許して遺伝子群から確率的に2個の親遺伝子を選定することができ、適応度の低い遺伝子に含まれる最適値の棄却を避けている。プログラム例を図11に示す。

```
void selection() // 確率的な親遺伝子選定
{
//適応度の計算
for(int k=0; k<=N_gene; k++) {
fitness[k]=(float)(random(1))*(ep_max-ep[k])
/ep_max;
}

float fitmax=0; //最大値計算のための初期値
//親遺伝子mの選定
for(int k=0; k<=N_gene; k++) {
if(fitmax<fitness[k]) {
fitmax=fitness[k], m=k;
}
}

for(int k=0; k<=N_gene; k++) {
fitness[k]=(float)(random(1))*(ep_max-ep[k])
/ep_max;
}

fitmax=0;
//親遺伝子nの選定
for(int k=0; k<=N_gene; k++) {
if(fitmax<fitness[k]) {fitmax=fitness[k],
n=k;}
}
}
```

図11 遺伝子の選別(淘汰)のプログラム例

また、解の探索範囲PDは直接探索法と比較するために同一にしている。

世代交代の繰り返し回数も直接探索法の繰り返し回数と同じにしたが、単純GAでは、誤差計算の回数は直接探索法の遺伝子の個数倍になるので計算時間は少なくとも通常10倍以上長くなる。

プログラム作成はC言語を使用した表計算ソフトなどでも充分実用的なプログラム作成が可能であり、グラフ表示などはむしろ簡単である。

5. 最適化結果

初期値としては直接探索法と単純GAの両者のアルゴリズムの優位性比較のために理想演算増幅器により計算した素子値を用いた。逐次近似による収束の状況を図12に示す。

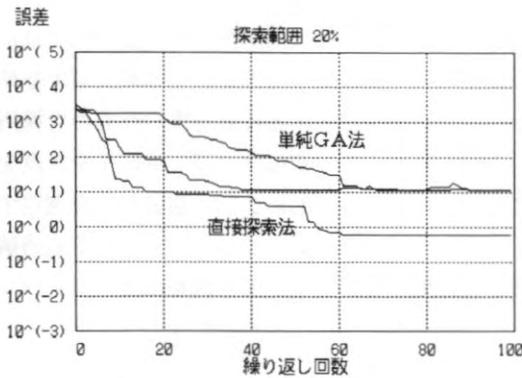


図12 逐次近似結果

直接探索法では短時間で良好な収束結果が得られている。これに対して単純GAでは誤差を完全には除去できていない。

最適化後のフィルタ特性計算結果を図13に示す。

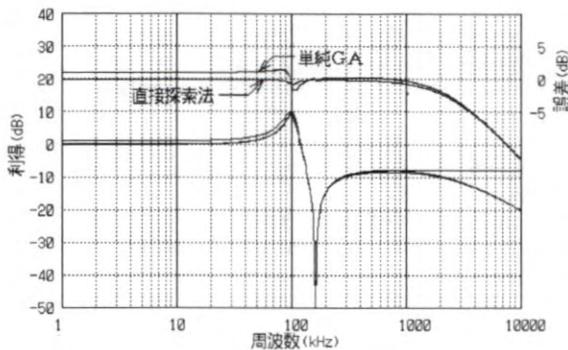


図13 直接探索法及び単純GAによる最適化結果

単純GAでは数世代で解候補が均一になるが図12の中央の曲線のように、再度その解候補をもとにして初期個体を生成して世代交代を続行させると収束に向かうことが確認された。

しかし、今回の検討では前置補償法よりやや良好な程度の結果しか得られなかった。このことは、直接探索法と同程度のプログラム開発時間しか与えられず、またコンピュータのメモリ容量や実行速度が制約されている場合は、単純GAの適用は不利であることを意味している。

結果的に直接探索法と同程度のプログラム規模では単純GAの優位性は確認できないと考えられるが、直接探索法に比較して、プログラミング時に単純GAのほうが種々のアイデアが付加しやすい。解候補の作成方法や突然変異、淘汰の方法などについて問題に特有の解決方法を導入すれば、強力な最適化のアルゴリズムになると考えられる。

例えば、突然変異は世代交代が進み遺伝子が飽和してきた時点で、素子感度の高い抵抗器を確率的に選定して実行させ、また、淘汰の方法は誤差関数の計算時に極周波数付近で適当な荷重関数を乗じて誤差を拡大して行うなどが考えられる。使用するコンピュータにメモリ容量や実行速度の制約が少なければ、解候補の数を増加でき単純GAの有用性が期待される。

各区間毎に最適化を行った後のフィルタ回路の総合周波数特性を図14に示す。阻止域減衰量が400 kHz付近から過剰になりはじめるが、演算増幅器の通過帯域における影響は最適化による受動素子値の調整で概ね除去できている。

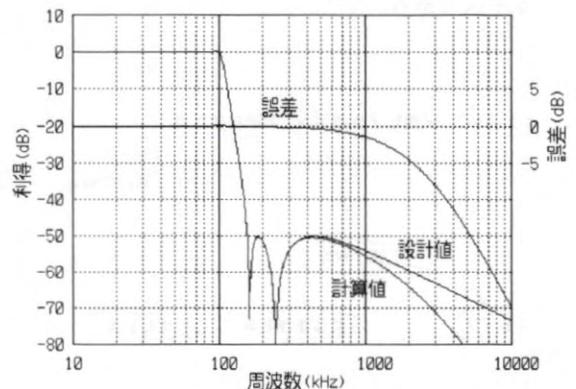


図14 フィルタ総合特性

最適化の結果の素子値を用いてフィルタを実際に試し周波数特性を測定した結果を図15に示す。

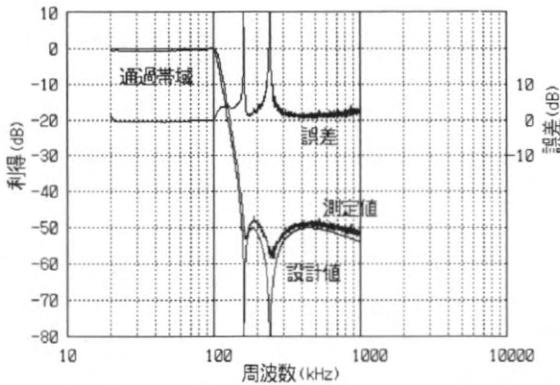


図15 フィルタ総合特性測定結果

抵抗値や容量値は計算値通りの値は存在しないので若干調整を要するが通過帯域の減衰量は約0.1 dB以内で設計値と一致している。また、阻止帯域の減衰量は設計値との差は大きいですが、規格の50 dBに対しては1～2 dB小さくなっている程度であり、必要最小限の調整で概ね良好なフィルタ特性が得られていることがわかる。

一般的には、周波数特性計算にパソコンを使用してもパラメータの探索には20～30分程度の時間を必要とするが、本方法を使用することで、約1分程度で最適化が完了する。これにより、設計仕様が与えられれば、数分程度の比較的短時間に回路定数(素子値)を決定して回路を試作し図15のフィルタ総合特性を確認することができるようになった。今後A/D変換器と接続し総合評価する予定である。

IV おわりに

フィルタ設計のソフトウェア化と高周波化をテーマとして研究を行った。RC アクティブフィルタは、現在でもOTAなどの素子を用いた高周波化、IC化の努力が続けられている。あまり目立たない存在であるが、A/D変換器にとっては不可欠な回路である。

設計試作では、コンピュータの利用技術、プログラミング技術を駆使する必要がある、電子・情報系の実習科目に多くの教材を提供する分野のひとつである。今回、平成2年度から6年度にかけて情報システム科(平成4年より情報処理科)の卒業研究のテーマとして個々の内容をシリーズ化して実施してきた内容をまとめてみた。情報処理科移行時は電子系の実習科目が激減し学生の理解度の低下を懸念していたがそれは杞憂であった。逐次近似のプログラムは表計算ソフト上

でもマクロ機能により実行確認でき、情報処理科の学生にも馴染み易く、取り組み易いテーマであるとの感触を得た。

謝辞

本研究はシリーズ化したテーマを12名の卒業研究生に分担して行った。終始熱心な態度で本研究を卒業研究のテーマとして取り組んで頂いた平成2年度から6年度までの卒業研究生の諸氏に深く感謝します。

なお、本研究で使用したソフトウェアや機材は平成5年度の指定研究の支援を受けたことを付記し当短大及び雇用促進事業団の関係各位に謝意を表します。

(参考文献)

- (1) J. J. Friend et. al., "STAR: An Active Biquadratic Filter Section", IEEE Trans., vol. CAS-22, no. 2 pp. 115-121, Feb. 1975
- (2) GOBIND DARYANANI, "PRINCIPLES OF ACTIVE NETWORK SYNTHESIS AND DESIGN", JOHN WILEY & SONS, Inc., 1976
- (3) M. E. VAN VALKENBURG 著、柳沢健監訳: "アナログフィルタの設計", 秋葉出版, 1985
- (4) 北野宏明: "遺伝的アルゴリズム", 産業図書, 1993.6.3
- (5) 安居院、長尾: "ジェネティックアルゴリズム", 昭晃堂, 1994.7.5