

# 静電型アクチュエータの駆動特性のシミュレーション解析

茨城職業能力開発短期大学校

川 端 広 一

西 島 俊 治

明治大学

工 藤 勝 利

Simulation Analysis of the Driving Characteristics of an Electrostatic Actuator

Hirokazu KAWABATA, Toshiharu NISHIJIMA, Katsutoshi KUDO

## 要約

本報告では、静電型アクチュエータの駆動特性のシミュレーション解析を行った。ここで、駆動力の解析に必要とされる系の電界分布は、等角写像法と代用電荷法との併用により得られる境界条件を満足する電位分布をもとに計算した。このとき用いた電位および電界の分布を関数の線形和の半解析解として示した。一方、駆動力は電界分布から数値的に積分を行うことにより求めた。

また、本解析法を測定値と比較することにより解析法の妥当性を確認した後、系のパラメータ（円筒電極の位置、大きさ、給電電圧）を変えたときの駆動力への影響を調べた。その結果、最大の駆動力が得られる円筒電極の水平位置や駆動力を給電電圧の1乗または2乗で制御できることを明らかにした。

## I はじめに

近年の電子技術、特に半導体製造技術の進歩にはめざましいものがあり、数100Mビットの大容量メモリも製造され、加工技術はサブミクロンの世界に入っている。

一方、これらの微細加工技術を利用した、超小形の機構部品や駆動系を製作し、ミクロな動作を得ようとする研究もなされている。また、これらの超小形機構とセンサや電子回路を集積化することにより高度な機能部品を新たに作成することも可能となっている。

本報告では、このような超小形機構の構成部品の1つである静電力を利用したアクチュエータについて数値シミュレーションにより検討を行う。ここで、一般の駆動源としてマクロの世界で利用されている電磁モータは、磁界と電流と力が互いに交差する3次元的な構成が必要である。しかし、静電力は電界と力が同方向で2次元的に構成でき、半導体技術を利用した製作に対しては有利であり、これまでに静電モータや静電駆動アクチュエータについていくつかの報告がなされている<sup>(1,2)</sup>。

しかし、これらの報告においては、アクチュエータの駆動特性を得るために、電界分布を等角写像法や有限要素法等を利用して求めているために、系の構成や解析領域に制限を設け、近似的な解析を行っている。そこで、本報告では、等角写像法と代用電荷法を併用することにより、系の構成をより反映させた解析を行い、より詳しい電界分布から駆動特性を求めた。また、文献<sup>(2)</sup>の実測値と解析結果を比較することにより、本シミュレーションの妥当性を確認するとともに、駆動力への系のパラメータの影響について検討した結果を報告する。

## II 解析

本報告において対象とするアクチュエータの概要を図1に示す<sup>(2)</sup>。

このアクチュエータは、絶縁膜や空隙を挟んだ短冊状電極と円筒電極から構成され、短冊状電極に与える電圧を制御することにより、円筒電極を移動させるものである。ここで、円筒電極の電圧は接する給電電極から与えられる。

図2は、解析すべき系の様子を示したものである。

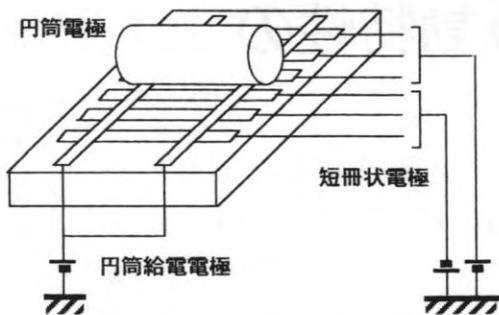


図1 アクチュエータの構造

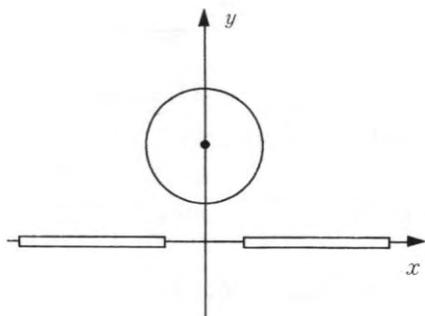


図2 解析系

$x$  軸・ $y$  軸を図のようにとり、短冊状電極は円筒電極の前方と後方ですべて同電位となるように給電するものとして、2つの半無限平板導体（厚さはゼロ）とみなし、この平板電極と平行に一定の間隔を保って円筒電極があるものとする。

この仮定から、 $z$  軸方向には一様であるとして、解析系を2次元的に扱うことが出来る。また、解析では、 $x$  軸より上の半平面について電位分布等を求めるものとし、平板電極により作られる電位分布に円筒電極の電位分布を境界条件が満たされるように重ね合わせることで行う。

### 1 等角写像法による平板電極の電位<sup>(3,4)</sup>

2次元の静電界を解析的に求める方法の1つである等角写像法を利用すると、平板電極のみによる電位分布を解析的に求めることが出来る。

図3のように、同一平面上に間隔が $2a$ 離れて置かれた2つの半無限平板電極の電位を $\pm V_0$ とすると、任意の位置 $(x, y)$ での電位 $u(x, y)$ は、

$$w = \frac{2V_0}{\pi} \sin^{-1}\left(\frac{z}{a}\right) \\ = \frac{2V_0}{\pi} j \log \left\{ -j \frac{z}{a} \pm \sqrt{1 - \left(\frac{z}{a}\right)^2} \right\} \dots\dots\dots(1)$$

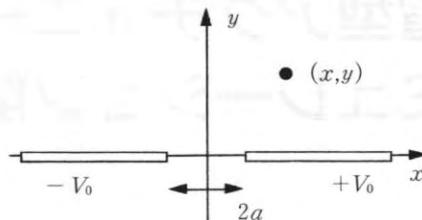


図3 等角写像法の解析系

で与えられる。ここで、 $v(x, y)$  は電気力線に対応するものである。ただし、

$$z = x + jy \\ w = u + jv$$

である。これより、電位 $u$ を指定したときの等電位線の式は、

$$\frac{x^2}{a^2 \sin^2\left(\frac{\pi}{2V_0} u\right)} - \frac{y^2}{a^2 \cos^2\left(\frac{\pi}{2V_0} u\right)} = 1 \dots\dots\dots(2)$$

と表される。また、(2)式から任意の位置 $(x, y)$ における電位 $u$ は、

$$a^2 s^2 - \{x^2 + y^2 + a^2\} s + x^2 = 0 \dots\dots\dots(3)$$

を解くことにより求められる。ただし、

$$s = \sin^2\left(\frac{\pi}{2V_0} u\right)$$

である。

### 2 代用電荷法による円筒電極の電位<sup>(5,6)</sup>

代用電荷法は、他の分野においては等価波源法<sup>(7)</sup>等の名称で利用されている解法の1つであり、電極の内部に置かれた電荷（代用電荷または仮想電荷）により、電極形状を近似する等電位面を構成するよう各電荷の大きさを定めるものである。

図4に、円筒電極と代用電荷の配置の様子を示す。ここで、 $x$  軸と対称の位置にある影像電荷を新たに考慮することにより、 $x$  軸上での電位がゼロとなり、平板電極の電位を重ね合わせた場合にも、平板電極上で境界条件が満たされることになる。このような仮定を行った解析でも、平板電極間の間隔が十分に狭い場合には、良い近似を与えるものと思われる。

つぎに、代用電荷法では、円筒導体内に配置された電荷の和として、任意の位置 $(x, y)$ での電位 $V_{cy}(x, y)$ を、

$$V_{cy}(x, y) = \sum_i a_i \cdot G(x, y; X_i, Y_i) \dots\dots\dots(4)$$

を表す。ただし、

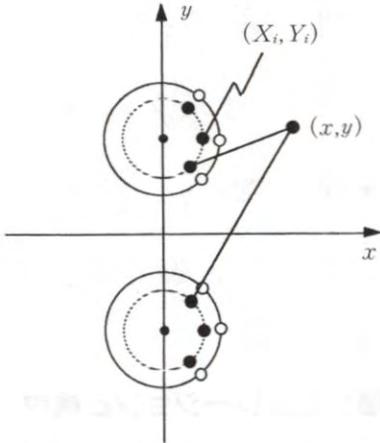


図4 代用電荷法の解析系

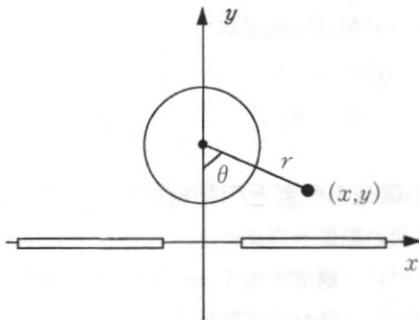


図5 直角座標と極座標

- $a_i$  : 定数
- $x, y$  : 観測点の座標
- $X_i, Y_i$  : 代用電荷の座標

である。ここで、関数  $G(x, y; X_i, Y_i)$  は、代用電荷として  $z$  軸方向に一樣な線電荷 ( $xy$  面では点電荷) を考え、さらに影像電荷を考慮して、

$$G(x, y; X_i, Y_i) = \log \frac{(x - X_i)^2 + (y + Y_i)^2}{(x - X_i)^2 + (y - Y_i)^2} \dots\dots(5)$$

のように表されるものである。

また、各電荷の大きさを示す定数  $a_i$  は、電極上等の指定された点 (拘束点) において、境界条件を課すことにより得られる連立方程式の解として求めることができる。このとき代用電荷と拘束点の数は等しくなければならない。

本解析においては、円筒電極上に代用電荷や拘束点の配置を考えているので、図5に示すように、円筒電極の中心を原点とした極座標と直角座標とを適宜使い分けている。このとき、 $(x, y)$  座標系と  $(r, \theta)$  座標系の間には、

$$\begin{cases} r = \sqrt{x^2 + (y - b)^2} \\ \theta = \sin^{-1}\left(\frac{x}{r}\right) \end{cases} \dots\dots(6)$$

$$\begin{cases} x = r \cdot \sin \theta \\ y = b - r \cdot \cos \theta \end{cases} \dots\dots(7)$$

の関係がある。ただし、

$b$  : 円筒電極の中心の  $y$  座標

である。

### 3 系の電位分布

II-1 および 2 より得られた、平板電極と円筒電極による電位の表現から、系全体の電位分布は、これらを重ね合わせることにより、

$$V(x, y) = V_{pl}(x, y) + V_{cy}(x, y) \dots\dots(8)$$

と表せる。ただし、

$V_{pl}(x, y)$  : 平板電極による電位

$V_{cy}(x, y)$  : 円筒電極による電位

である。ここで、平板電極上においては、 $V_{cy}(x, y) = 0$  であるため、常に境界条件が満足されるが、円筒電極上においては、 $V_{pl}(x, y) \neq 0$  のため、境界条件を満たすよう代用電荷法において、円筒電極上の拘束点における電位を

$$V_{cy}(x, y) \Big|_{\text{円筒}} = V(x, y) \Big|_{\text{円筒}} - V_{pl}(x, y) \Big|_{\text{円筒}} \dots\dots(9)$$

と設定し、各代用電荷の大きさを定めることにする。

ただし、

$$V(x, y) \Big|_{\text{円筒}} : \text{設定された円筒電極の電位}$$

である。

### 4 円筒電極に作用する力<sup>(2-4,8)</sup>

電位勾配のある場の中に置かれた円筒電極に作用する力 (駆動力・圧着力) をつぎに求める。

帯電導体の表面に作用する単位面積当たりの静電力は、

$$\frac{1}{2} \epsilon E^2 \vec{n} [N/m^2] \dots\dots(10)$$

と表される。ただし、

$\epsilon$  : 誘電率

$E$  : 導体表面上の電界の大きさ

$\vec{n}$  : 導体表面の法線ベクトル

である。従って、円筒電極に対して作用する力は、 $z$  軸方向の長さを  $L$  として、円筒の回りを1周積分することにより

$$L \oint \frac{1}{2} \epsilon E^2 \vec{n} dl = L \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{2} \epsilon E^2 \vec{n} \cdot r d\theta \dots\dots\dots(11)$$

と表される。一方、任意の位置  $(x, y)$  での電界は、(1)(4) (8)式の電位を用いて、

$$\begin{aligned} \vec{E}(x, y) &= -grad V(x, y) \\ &= -grad V_{pl}(x, y) - grad V_{cy}(x, y) \\ &= \vec{E}_{pl}(x, y) + \vec{E}_{cy}(x, y) \dots\dots\dots(12) \end{aligned}$$

と表される。

(a) 平板電極のつくる電界

$$\vec{E}_{pl}(x, y) = -grad \left\{ Re \left[ \frac{2V_0}{\pi} \sin^{-1} \left( \frac{z}{a} \right) \right] \right\} \Bigg|_{z=x+jy} \dots\dots\dots(13)$$

ここで、正則関数  $f(z)$ ,  $z = x + jy$  に関する Cauchy-Riemann の関係を利用すると

$$f(z) \Big|_{z=x+jy} = u(x, y) + jv(x, y)$$

となる。ここで実部  $u(x, y)$  は電位関数を表すから、

$$\begin{aligned} \frac{df}{dz} &= \frac{\partial u}{\partial x} - j \frac{\partial u}{\partial y} \\ &= -E_x + jE_y \\ &= Re \left[ \frac{df}{dz} \right] + j Im \left[ \frac{df}{dz} \right] \dots\dots\dots(14) \end{aligned}$$

の関係がある。従って、(13)式を正則関数  $f(z)$  とすることにより、電界は、

$$\frac{df}{dz} = \frac{2V_0}{\pi} \frac{1}{\sqrt{a^2 - z^2}} = r_p \cdot e^{j\theta} \dots\dots\dots(15)$$

の関係から、

$$\begin{aligned} E_{pl}(x, y) \Big|_x &= -r_p \cdot \cos \theta \\ E_{pl}(x, y) \Big|_y &= r_p \cdot \sin \theta \dots\dots\dots(16) \end{aligned}$$

と表される。ただし、

$$\begin{aligned} r_p &= \frac{2V_0}{\pi} \frac{1}{\{(a^2 - x^2 + y^2)^2 + (2xy)^2\}^{\frac{1}{4}}} \\ \theta &= \frac{1}{2} \tan^{-1} \left( \frac{2xy}{a^2 - x^2 + y^2} \right) \end{aligned}$$

である。

(b) 円筒電極のつくる電界

(12)式から

$$\vec{E}_{cy}(x, y) = -grad \left\{ \sum_i a_i \log \frac{(x - X_i)^2 + (y + Y_i)^2}{(x - X_i)^2 + (y - Y_i)^2} \right\} \dots\dots\dots(17)$$

$$E_{cy}(x, y) \Big|_x = -\sum_i a_i \left\{ \frac{2(x - X_i)}{(x - X_i)^2 + (y + Y_i)^2} - \frac{2(x - X_i)}{(x - X_i)^2 + (y - Y_i)^2} \right\}$$

$$E_{cy}(x, y) \Big|_y = -\sum_i a_i \left\{ \frac{2(y + Y_i)}{(x - X_i)^2 + (y + Y_i)^2} - \frac{2(y - Y_i)}{(x - X_i)^2 + (y - Y_i)^2} \right\}$$

と表される。

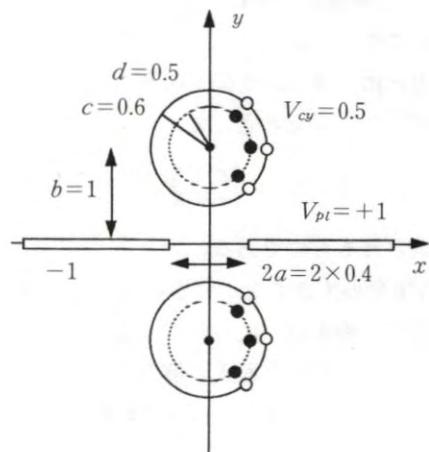
III 数値シミュレーションと検討

IIで示した解析法に基づいて、計算機プログラムを作成し、数値シミュレーションを行った結果について、つぎに示す。

図6は、解析を行った系の様子を示している。図中では、代用電荷は円筒電極内の同心円上に設定している。また、長さは1 m、電圧は1 Vが単位となるよう正規化された値で示している。

1 代用電荷の配置と円筒電極上の電位

代用電荷の配置を変えたときに等電位面として表される電極形状の構成状況を調べるため、図6の系について、拘束点を含む円筒電極の周上の位置での電位の値を求めた結果を図7に示す。ここで、横軸は円筒電極を中心とした極座標における角度である。また、設定した拘束点の配置を図8に示す(代用電荷の位置は角度のみ異なる)。



- 2a : 平板電極の間隔
- b : 円筒電極の中心のy座標
- c : " 半径
- d : 代用電荷の設定される円の半径

図6 数値シミュレーション系(1)

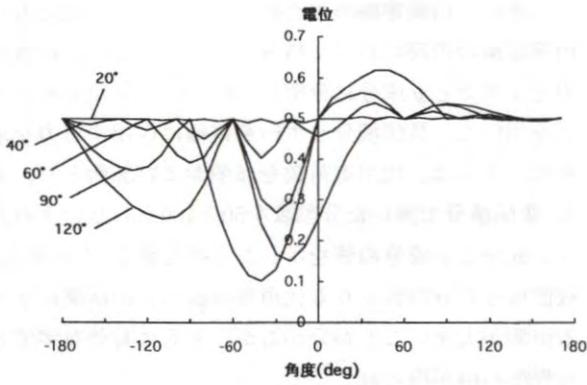


図7 代用電荷数と電位

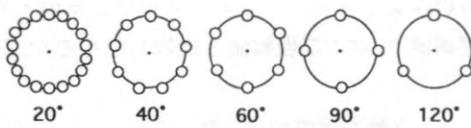


図8 代用電荷の配置

図7では、周上に等間隔にとられた拘束点において、設定値0.5となり、他の位置では、それらの補間値であり、この差が大きいほど電極形状と等電位面が合わないことになる。しかし、ここでは、代用電荷を等間隔に配置したが、電位変化の大きいところでは、代用電荷を多く配置したり、不等間隔に配置したりすることにより、電極形状をよりよく近似する等電位面を構成することも可能である。

## 2 電位分布

図9～11に、解析した系の電位分布の様子を示す。図9は実際の電位分布の様子であり、図10の等角写像法により得られた平板電極の電位分布と図11の代用電荷法による円筒電極の電位分布を重ね合わせたものである。

ここで、図10の平板電極による分布は、電極電位により各位置での電位値は変わるが、その分布の様子は変化しない。一方、図11の代用電荷法による分布は、円筒電極の電位と平板電極の電位との関係により境界条件が満たされるように変化する。

ところで、代用電荷法では、電極内の電位分布は電極電位として特別に考慮する必要はないが、ここでは、図10と図11を合成して全体の分布を構成していることから、図11の円筒電極内の電位を

$$V_{cy}(x, y) = V \left| \begin{array}{l} - V_{pl}(x, y) \\ \text{電極電位} \end{array} \right. \dots\dots\dots(18)$$

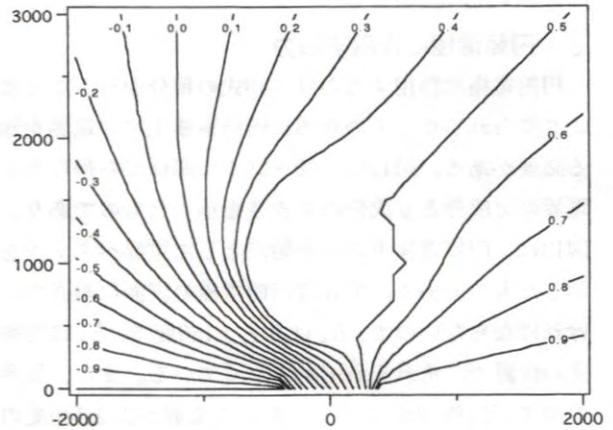


図9 実際の電位分布

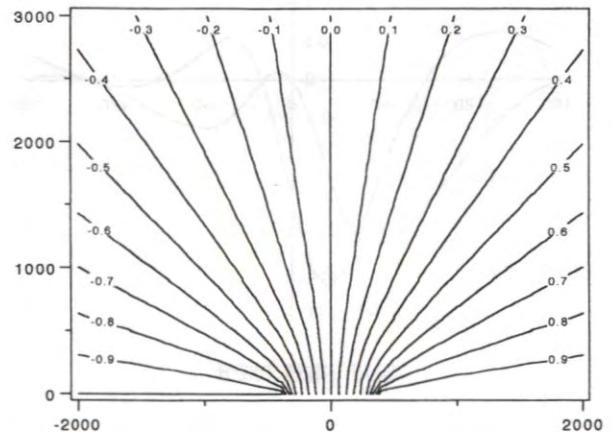


図10 平板電極の電位分布 (等角写像法)

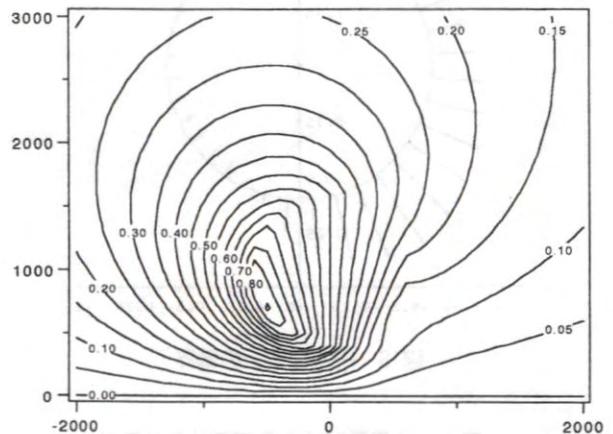


図11 円筒電極の電位分布 (代用電荷法)

のように平板電極による電位を電極電位から引いた値として設定している。

### 3 円筒電極に作用する力

円筒電極に作用する力は、(11)式の積分を行うことにより得られるが、そのために円筒電極上での電界を知る必要がある。図12は、(12)~(17)式の関係から得られる電界の  $x$  成分と  $y$  成分の大きさを示したものであり、図13は、円筒電極上の点を始点として電界ベクトルを示したものである。電界は円筒電極の表面に垂直でなければならないので、 $E_x$  は  $0$  と  $\pm 180$  度で、 $E_y$  は  $\pm 90$  度の位置で、それぞれゼロとなっている。また、電界の向きが円筒内から外へと変わる位置が  $20$  と  $140$  度の付近にあることが分かる。

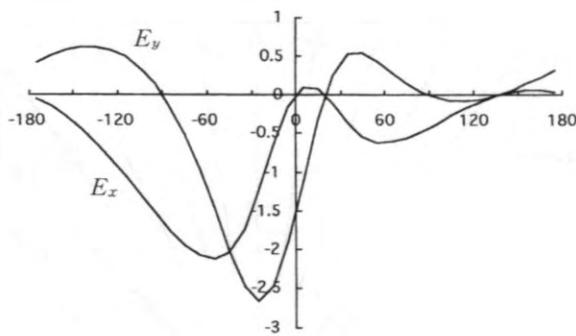


図12 電界の成分

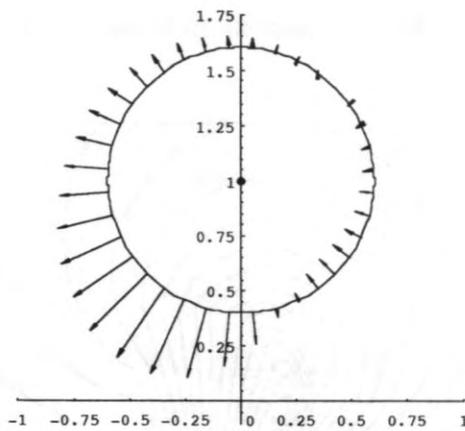


図13 円筒電極上の電界

表1 代用電荷数と数値積分の分割数

20° おき18点		単位: [N/ε]	
	$F_x$	$F_y$	
50分割	-2.02563675	-1.94856807	
100分割	-2.02561462	-1.9485428	
10° おき36点			
	$F_x$	$F_y$	
50分割	-2.03500427	-1.96773961	
100分割	-2.03511472	-1.96774142	

つぎに、円筒電極の中心から外に向かう静電応力を円筒電極の円周に沿って積分する。ここでは、静電応力を  $x$  成分と  $y$  成分に分解し、それぞれ Simpson の公式を用いて、数値積分して円筒電極に作用する力を求めた。表1は、代用電荷数を18個および36個とし、また、数値積分で用いた分割数を50と100としたときの力の  $x$  成分と  $y$  成分の値を示したものである。これから、数値積分の分割数よりも代用電荷数の方が結果に与える影響が大きいことが分かるが、ともに有効数字で3桁程度の値が得られている。

### 4 文献値との比較

本解析によるシミュレーションの値と藤田・面高による実測値<sup>(2)</sup>、および理論値と比較したものを、図14に示す。

ここで、文献の実測値は、電子天秤を用いて行われ、平板電極の一方と円筒電極を同電位としている。また、理論値は、等角写像法のみを利用して得られた近似的な解析式から計算されたものである。文献では、測定値が2つの傾向を示している理由として、円筒電極の置かれた位置の違いを指摘している。

一方、本シミュレーションの結果は、測定値  $a$  よりやや小さめな値を示しているが、これは文献の測定値には、円筒電極の剛体としての回転の影響も計測されるためであり、本解析では、並進のみを考えている等によるものではないかと考えられる。従って、本解析によるシミュレーションは、十分に妥当な結果を示すものと思われる。

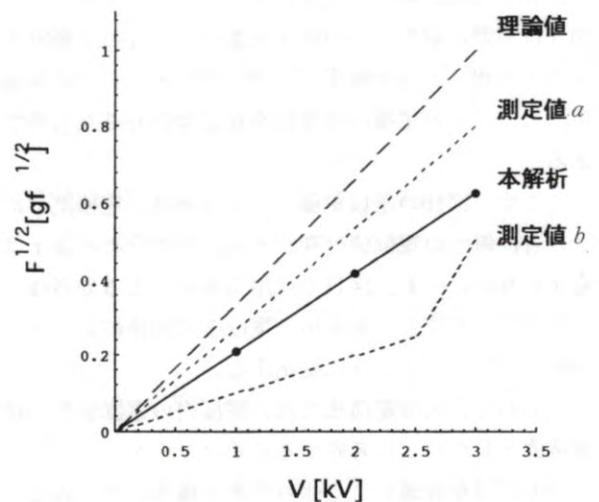


図14 文献との比較

5 系のパラメータと円筒電極に作用する力

実際にアクチュエータを製作するときの基本データとして、図15に示す系について、円筒電極の水平位置、垂直位置、半径および電位を変化させたとき、作用する力にどのように影響を与えるか調べた。ここで、図15の円筒電極と平板電極の一方を同電位に設定している。

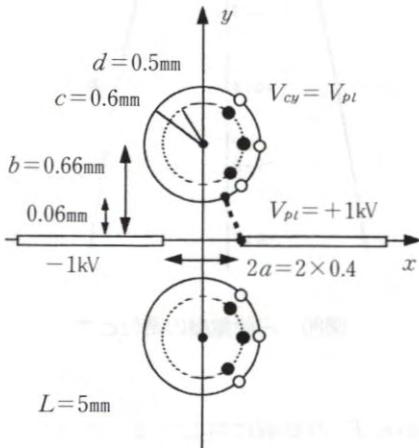


図15 数値シミュレーション系(2)

(a) 円筒電極の水平および垂直位置を変化させたとき

円筒電極の中心座標を  $(s, b)$  として、 $x$  座標  $s$  および  $y$  座標  $b$  を変化させたときの力  $F_x, F_y$  の関係を、図16と図17にそれぞれ示す。前者では駆動力としての  $F_x$  は約0.25mmほど負の電極側に寄ったところで最大となり、圧着力  $F_y$  は負の平板電極から離れるに従い単調に減少していく様子が分かる。これは、平板電極上の電界は平板電極間付近以外は平板に垂直であるため、平板電極間付近で  $F_x$  が大きく、離れるにつれて小さくなっていくものと思われる。

また、後者では、 $F_x, F_y$  とも双曲線的に単調に減少する様子が分かる。ここで、(16)式より、 $y$  軸上での電界の大きさ、および単位面積当たりに換算した力は

$$E_{pl}(0, y) \Big|_x = -r_p = \frac{2V_0}{\pi} \frac{1}{\sqrt{a^2 + y^2}} \dots\dots\dots(19)$$

$$F_{pl}(0, y) \Big|_x = \frac{1}{2} \epsilon \left( \frac{2V_0}{\pi} \right)^2 \frac{1}{a^2 + y^2} \dots\dots\dots(20)$$

となることより、微小電荷が平板電極より受ける力と同様の傾向が見られることが分かる。

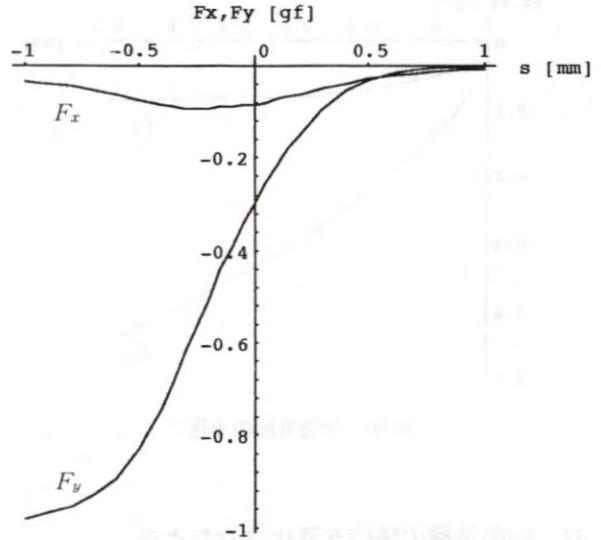


図16 円筒電極の水平位置と力

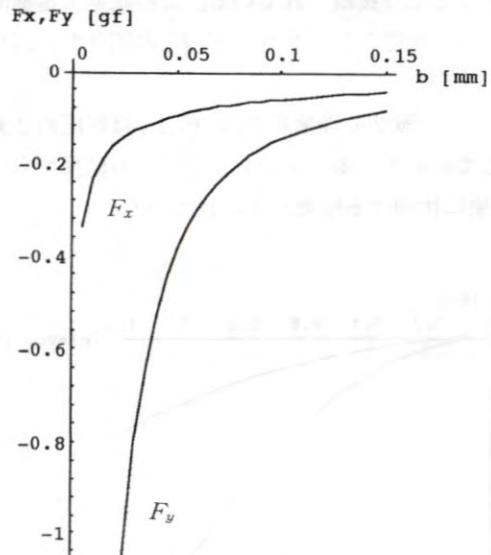


図17 円筒電極の垂直位置と力

(b) 円筒電極の半径を変化させたとき

円筒電極の半径  $c$  を変えたときの力  $F_x, F_y$  の関係を、図18に示す。

$F_x$  は、円筒電極の直径が平板電極の端0.4mmよりも少し大きくなった0.6mm付近から約-0.09[*gf*]の値に収束する傾向を示すが、 $F_y$  の方は、直径が増すとともに大きくなっていく様子が分かる。

これは、 $F_x$  は平板電極間付近の電界により発生し、さらに円筒電極が大きくなって負の平板電極との間の対向面積が増えることにより、 $F_y$  の増加には寄与するが、 $F_x$  にはあまり影響を与えないものと考えられる。

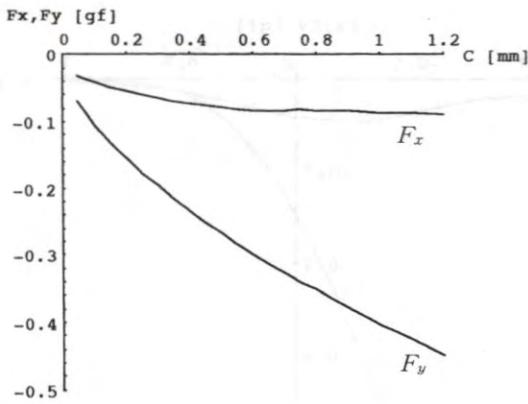


図18 円筒電極の半径と力

(C) 円筒電極の電位を変化させたとき  
(平板電極の一方と接続)

図15では、円筒電極と平板電極の一方の電極が同一電位となるよう接続されている。この状態で電極間の電圧 (kV) を変えたときの力  $F_x, F_y$  の関係を、図19に示す。

ここで、文献(2)の理論式では、 $F_x, F_y$  は電圧の2乗に比例しているが、本シミュレーションの結果でも、電圧の2乗に比例する結果が得られている。

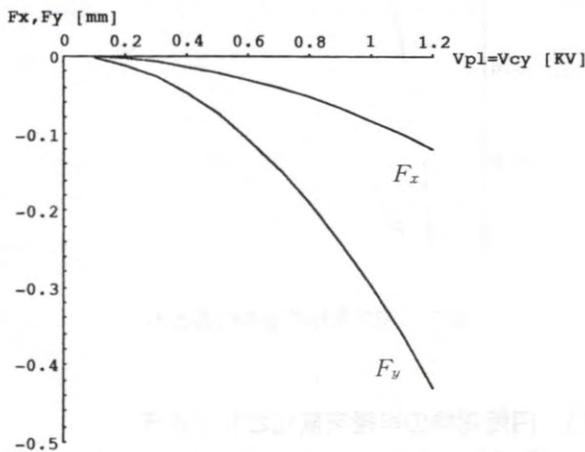


図19 円筒電極と平板電極の電位と力

(d) 円筒電極の電位を変化させたとき  
(円筒電極のみ)

図15において、平板電極の電位を±1 kVに保った状態で円筒電極の電圧 (kV) のみを変えたときの力  $F_x, F_y$  の関係を図20に示す。

$F_x$  は円筒電極の電圧に比例して直線的に、 $F_y$  は放物線的に変化する様子が分かる。

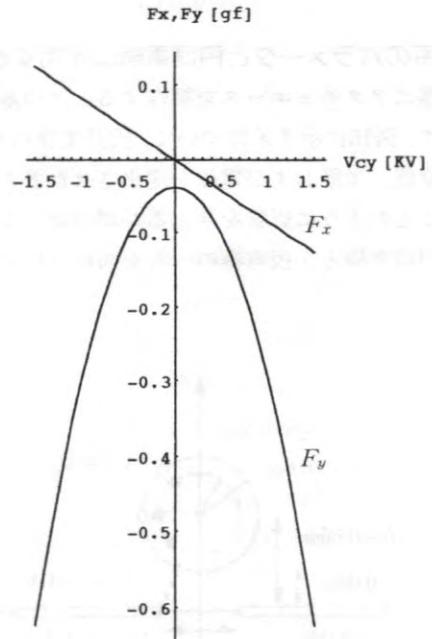


図20 円筒電極の電位と力

これから  $F_x$  の制御に対しては、直線的に変化する円筒電極のみの電圧を変える方が有利と考えられるが、小さな力の制御に対しては、2乗で変化する円筒電極と平板電極の一方を同時に変える給電の方が有利と思われる。

IV おわりに

本報告では、静電力を利用したアクチュエータの駆動特性のシミュレーションを行うため、等角写像法と代用電荷法を併用した解析法を適用し、従来の解析法と比較してより精度の向上した解析を行った。さらに、本解析法では電位分布を半解析的な形で表現出来るため、電界分布や静電応力も容易に精度良く求められることを示した。

また、得られた駆動力も文献値と比較して十分妥当なものと考えられる結果が得られた。さらに、系のパラメータと駆動特性の関係を調べた結果、最大の駆動力の得られる円筒電極の水平位置や円筒電極に作用する力を制御するときの給電関係についての知見を得ることが出来た。

謝辞 本研究の一部は平成5年度茨城職業能力開発短期大学校情報技術科の卒業研究として行ったものである。協力して頂いた卒業生の中川亜希子さん(現：シバツク勤務)に感謝します。

【参考文献】

- (1) 西島・工藤：「円筒状プラスチックローラーをもつ静電形アクチュエータ」、静電気学会誌、vol. 17、No. 2、pp. 138-140 (1993)
- (2) 藤田・面高：「静電リニアアクチュエータの解析と拡大モデルによる性能評価」、電学論D、vol. 109、No. 9、pp. 669-674 (1989)
- (3) 竹山説三：「電磁気学現象理論」、丸善 (1979)
- (4) 竹内端三：「関数論(上)」、裳華房 (1978)
- (5) 河野・宅間：「数値電界計算法」、コロナ社(1982)
- (6) 村島定行：「代用電荷法とその応用」、森北出版 (1983)
- (7) 山下榮吉：「電磁波問題の基礎解析法」、コロナ社 (1989)
- (8) 権平・神原・小山：「関数論」、講談社 (1982)