

報 文

# ランダム荷重に対する疲労き裂進展挙動の シミュレーション・プログラムの開発

香川職業訓練短期大学校 石川 英 利 中村 孝 司  
香川大学管理科学科 石川 浩

## Program Development for Simulation of Fatigue Crack Growth under Random Loading

Hidetoshi Ishikawa, Kouji Nakamura, Hiroshi Ishikawa

**要 約** 航空機、橋梁、ビル建造物等の重要な機械・構造物の複雑化・高度化・大規模化に伴い、それらの信頼性・安全性の確保手法の確立が社会的に極めて重要な責務となっている。機械・構造物の破壊は多くの場合、ランダム荷重による疲労に起因しており、したがって、耐疲労信頼性設計においては、ランダム荷重に対する部材の疲労寿命・疲労強度を正確に予測することが、必要不可欠の事柄となる。このためには、実寸実働荷重疲労試験を行なうのが最も望ましいと考えられるが、多額の時間的・経済的コストを必要とする。

そこで本研究においては、近年著しく進歩した破壊力学を援用して、ランダム荷重に対する疲労き裂進展モデルを、降伏点を越える過大荷重が作用した場合に生ずる遅延（リターデーション）効果をも考慮に入れて構築し、比較的簡便に求められる定振幅荷重に対する実験パラメータを用いて疲労寿命予測を行いうるシミュレーション・プログラムの開発を行った。

すなわち、まず第1に、疲労き裂進展に関する破壊力学的技術の現況を概観し、き裂進展法則、リターデーション・モデルおよび応力拡大係数の計算式について考察した。つぎに、これらのモデルに基づいてランダム荷重に対する疲労き裂進展挙動のシミュレーション・プログラムを開発し、疲労寿命の信頼性解析に対する有効な手法を提供した。最後に、シミュレーション結果を考察して、本コンピュータ・プログラムの妥当性と有用性を示すとともに、社会的に非常に重要な意味を持つ信頼性解析・設計に関する実践教育にも、大きく寄与するものであることを示した。

### I. はじめに

航空機、橋梁、ビル建造物等の重要な機械・構造物は、複雑化・高度化・大規模化するに伴い、それらの破壊が直接もしくは間接に多くの人命にかかわるようになるため、信頼性・安全性の確保は、社会的に極めて重要な責務となっている。こうした機械・構造物は、一般に上下限が複雑に変動したランダム（不規則）荷重を受けており、それらの破壊はほとんどの場合が疲労に起因したものであることは周知の事実である。これは、構造部材が繰り返し荷重を受けて、疲労によりき裂が発生し、それが成長進展し、ついには破壊にいたるためである。したがって、耐疲労信頼性設計においては、こうした部材の

疲労寿命・疲労強度を正確に予測することが、必要不可欠の事柄となる。このためには実際の使用状態で予測されるランダム荷重を同一の形状・寸法の部材に与えた、実寸実働荷重疲労試験を行うのが最も望ましいと考えられるが、試験には長時日を要し、また設備・労力・費用等、多額の経済的コストをも必要とする。

そこで本研究においては、近年の破壊力学の著しい進歩を踏まえて、ランダム荷重に対する疲労き裂進展モデルを、降伏点を越える過荷重（オーバーロード）が作用した場合に生ずるリターデーション（遅延）効果をも考慮に入れて構築し、比較的簡単に求められる定振幅荷重に対する実験パラメータを用いて疲労寿命予測が可能となるシミュレーション・プログラムの開発を行った。

## II. 疲労き裂進展に関する破壊力学的技術現況の概観

### 1. き裂進展法則

一般に疲労き裂の進展速度は、

$$\frac{da}{dN} = f(a, \sigma_{\max}, R, T, E, \dots) \quad (1)$$

と表すことができよう。ここに、

$a$  = き裂長

$\sigma_{\max}$  = 最大応力

$R = \sigma_{\min} / \sigma_{\max}$  = 応力比

$T$  = 温度

$E$  = 環境効果

式(1)を基にして、き裂進展速度に関する様々な研究が試みられているが、本研究では Paris のパワー法則および Walker の式を取り扱うこととした。

#### (A) Paris のパワー法則<sup>(1)</sup>

破壊力学の進展に伴って、き裂進展速度は、き裂先端の応力拡大係数  $K$  を用いて表しうることが見いだされ、Paris はアルミ合金板のデータから実験的に次式で示される 4 乗則を提案した。

$$\frac{da}{dN} = f(K) = C(\Delta K)^4 \quad (2)$$

ここに、 $\Delta K = K_{\max} - K_{\min} = (1 - R)K_{\max}$  = 応力拡大係数変動幅である。

現在、Paris の法則は次式のように一般化されて用いられている。

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^n \quad (3)$$

き裂の進展速度は主として  $\Delta K$  で決まり、応力比や繰返し速度、板厚等の影響は  $C$  や  $n$  に含ませて副次的に扱うことができることを示している。また、 $n$  の値は材料により 2 ~ 8 程度をとるが、実用上は多くの場合が表される値として、Paris の提案した  $n = 4$  が寿命推定に利用されている。式(3)の両辺の対数をとると

$$\ln\left(\frac{da}{dN}\right) = \ln C + n \ln(\Delta K) \quad (4)$$

となり、 $da/dN$  と  $\Delta K$  は、両対数線図上で直線関係を有することがわかる。なお、指数  $n$  はその直線の勾配を表し、また  $C$  は  $\Delta K = 1$  に対するその直線の切片を表している。

#### (B) Walker の式<sup>(2)</sup>

定振幅疲労試験データの蓄積と共に、疲労き裂進展速度は応力比  $R = \sigma_{\min} / \sigma_{\max}$  の影響を受けることが明ら

かになり、Walker はこの観点から有効応力幅の考えを導入した。すなわち、応力拡大係数を用いて表示すれば、

$$\Delta K_{\text{eff}} = (1 - R)^m K_{\max} \quad (5)$$

と表される。式(5)を式(3)の一般化された Paris の法則に適用すれば、

$$\begin{aligned} \frac{da}{dN} &= C(\Delta K_{\text{eff}})^n \\ &= C[(1 - R)^m K_{\max}]^n \end{aligned} \quad (6)$$

となり、さらに上式を

$$\begin{aligned} \Delta K &= K_{\max} - K_{\min} \\ &= (1 - R)K_{\max} \end{aligned} \quad (7)$$

を用いて  $\Delta K$  表示すれば、最終的には、

$$\frac{da}{dN} = C \left[ \frac{\Delta K}{(1 - R)^{1-m}} \right]^n \quad (8)$$

という Walker のき裂進展速度の式を得る。なお、上式において  $m = 1$  とすると、これは Paris の一般法則に一致することが分かる。

### 2. リターデーション・モデル

材料の降伏点を超える過荷重(overload)が負荷されると残留応力が生じ、これによりき裂進展速度が遅延させられるが、この遅延効果を考察したモデルとして、本研究では Willenborg モデルと Vroman モデルを取扱うこととした。

#### (A) Willenborg モデル<sup>(3)</sup>

このモデルでは以下の諸仮定が採用されている。

- (a) リターデーション(遅延)は各々の荷重サイクルにおける最大応力とそれ以前に受けた overload との関数である。
- (b) リターデーションは overload によって生じた残留応力によって以後の最大応力が減少せしめられる量に比例する。
- (c) リターデーション効果は overload によって生じたき裂先端の降伏域の長さによって漸減・減衰する。
- (d) 以前に受けた overload より大きな overload を新たに受ける場合には、全ての過去の条件とは全く独立に、新しいリターデーションの条件式が生成される。
- (e) 負荷応力はすべて非負である。

さて、図 1 に示すように、き裂長  $a_{ol}$  の時点で overload  $\sigma_{ol}$  の負荷が完了したものとすれば、この overload によるき裂先端の塑性域の大きさ  $R_{yol}$  は次式で与えら

れる。

$$R_{yol} = \frac{1}{c\pi} \left( \frac{K_{maxol}}{\sigma_y} \right)^2 \quad (9)$$

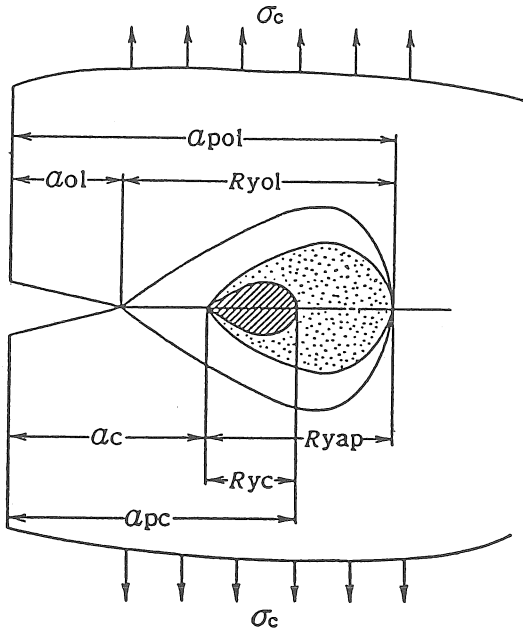


図1 き裂先端の降伏域

ここに、

- $K_{maxol}$  = overload  $\sigma_{ol}$  による最大応力拡大係数
- $\sigma_y$  = 材料の降伏応力
- $c = 2$  (平面応力条件)
- $= 4\sqrt{2}$  (平面ひずみ条件)

したがって、overload  $\sigma_{ol}$  によって影響を受ける部分は

$$a_{pol} = a_{ol} + R_{yol} \quad (10)$$

となる。

き裂長  $a = a_c (< a_{pol})$  における作用応力を  $\sigma_c$  とし、それに対応する応力拡大係数を  $K_{max}$  とすれば、 $\sigma = \sigma_c$  でのき裂先端の塑性域の大きさは、

$$R_{yc} = \frac{1}{c\pi} \left( \frac{K_{max}}{\sigma_y} \right)^2 \quad (11)$$

したがって、 $\sigma_c$  によって影響を受ける領域の大きさは、

$$a_{pc} = a_c + R_{yc} \quad (12)$$

式(10)および式(12)によってリターデーションの条件式が作り出される。

すなわち、

- (a) もし、 $a_{pc} > a_{pol}$  であれば仮定から新しいリター

デーシヨンの条件式が作られ、

$$\begin{cases} a_{pol} \leftarrow a_{pc} \\ R_{yol} \leftarrow R_{yc} \\ K_{maxol} \leftarrow K_{max} \end{cases}$$

と置き換えられることになる。

- (b) もし、 $a_{pc} \leq a_{pol}$  であれば、き裂進展は遅延させられる。この遅延効果は以下のようにして計算される残留応力によって生じる。すなわち現時点で残存している塑性領域

$$R_{yap} = a_{pol} - a_c \quad (13)$$

と同等の塑性領域を生み出す応力  $\sigma_{ap}$  に対応した応力拡大係数  $K_{maxap}$  を

$$R_{yap} = a_{pol} - a_c = \frac{1}{c\pi} \left( \frac{K_{maxap}}{\sigma_y} \right)^2 \quad (14)$$

によって求め、これによって得られる  $\sigma_{ap}$  を用いて、残留応力を求める。

$$\sigma_{res} = \sigma_{ap} - (\sigma_c)_{max} \quad (15)$$

次に、これに対応する応力拡大係数を計算する。

$$K_{res} = K_{maxap} - K_{max} \quad (16)$$

この残留応力による遅延は、

$$\begin{cases} (K_{max})' = K_{max} - K_{res} \\ \quad = 2K_{max} - K_{maxap} \\ (K_{min})' = K_{min} - K_{res} \\ \quad = (K_{max} + K_{min}) - K_{maxap} \\ R' = (K_{min})' / (K_{max})' \end{cases} \quad (17)$$

として新しく  $(K_{max})'$ 、 $(K_{min})'$  および  $R'$  を計算し直すことによって評価することができる。

式(14)ならびに(16)の関係は図2に示すとおりである。

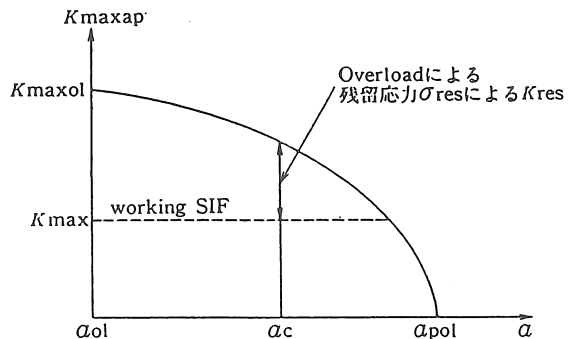


図2 リターデーションによる残留応力

Willenborg モデルでは、仮定から非負の応力のみを扱うので、負の応力はこれを 0 と置き換える必要がある。また、overload  $\sigma_{ol}$  の負荷直後では、 $a_c = a_{ol}$  であるから  $K_{maxap} = K_{maxol}$  である。したがって、overload  $\sigma_{ol}$  を受けた後、その後に引き続いて受ける応力  $\sigma_c$  の大小関係によって、次の 3 つのモードのリターデーション効果が識別される。

(a) モード I ( $\Delta K$  と R の減少に基づく場合)

このモードは  $(K_{max})' > 0$ 、 $(K_{min})' \leq 0$  の場合に対応する。したがって、

$$\left. \begin{aligned} K_{min} + K_{max} &\leq K_{maxol} < 2K_{max} \\ (\sigma_c)_{min} + (\sigma_c)_{max} &\leq \sigma_{ol} < 2(\sigma_c)_{max} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

この場合には  $(K_{max})_{eff} = (K_{max})'$ 、 $(K_{min})_{eff} = 0$  となるから、

$$\left. \begin{aligned} \Delta K_{eff} &= (K_{max})' = K_{max} - K_{res} \\ R_{eff} &= (K_{min})_{eff} / (K_{max})_{eff} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

(b) モード II (R のみの減少に基づく場合)

このモードは  $(K_{min})' > 0$  の場合に対応する。したがって、

$$\left. \begin{aligned} K_{min} + K_{max} &> K_{maxol} \\ (\sigma_c)_{min} + (\sigma_c)_{max} &> \sigma_{ol} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

この場合には  $(K_{max})_{eff} = (K_{max})'$ 、 $(K_{min})_{eff} = (K_{min})'$  となるから、

$$\left. \begin{aligned} \Delta K_{eff} &= (K_{max})_{eff} - (K_{min})_{eff} \\ &= K_{max} - K_{min} = \Delta K \\ R_{eff} &= (K_{min})_{eff} / (K_{max})_{eff} \\ &= (K_{min} - K_{res}) / (K_{max} - K_{res}) \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

(c) モード III (最大のリターデーションを得る場合)

このモードは  $(K_{max})' \leq 0$  の場合に対応し、き裂成長は完全に停止する。したがって、

$$\left. \begin{aligned} 2K_{max} &\leq K_{maxol} \\ 2(\sigma_c)_{max} &\leq \sigma_{ol} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

この場合には  $(K_{max})_{eff} = (K_{min})'_{eff} = 0$  であるから

$$\left. \begin{aligned} \Delta K_{eff} &= 0 \\ R_{eff} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

以上のモード I ~ III に対応した負荷応力状態を模式的に図 3 に示す。なお、 $\sigma_{ol} / \sigma_c$  を overload ratio (過荷重比) と称するが、Willenborg モデルではこれが 2 以上で、き裂進展が停止することが予測される。事実、ア

ルミ合金では、 $\sigma_{ol} / \sigma_c \geq 2.3$  で進展の停止することが報告<sup>(4)</sup>されている。

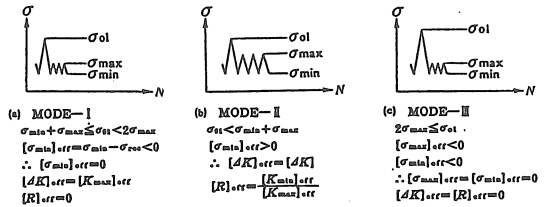


図 3 Willenborg のリターデーション・モデル

(B) Vroman モデル<sup>(5)</sup>

このモデルは Willenborg モデルと類似したものであるが、 $\Delta K_{eff}$  および  $R_{eff}$  の算出方法が異なる。すなわち、 $R_{eff}$  としては応力比  $R = \sigma_{min} / \sigma_{max}$  をそのまま使い、 $\Delta K_{eff}$  としては次式を用いるものである。

$$R_{eff} = R = K_{min} / K_{max} \text{ for } R \leq R_{cut} \\ = R_{cut} \text{ for } R > R_{cut} \quad (24)$$

$$\Delta K_{eff} = (K_{max} - K_{min}) - \frac{1}{3} \left[ K_{maxol} \sqrt{\frac{a_{ol} + R_{yol} a_c}{R_{yol}}} - K_{max} \right] \quad (25)$$

ここに、

$$R_{yol} = \frac{1}{c\pi} \left( \frac{K_{maxol}}{\sigma_y} \right)^2 \quad (26)$$

$\sigma_y$  = 材料の降伏応力

$K_{max}$  = 現荷重サイクルでの最大応力拡大係数

$K_{min}$  = 現荷重サイクルでの最小応力拡大係数

以上で定義される  $\Delta K_{eff}$  および  $R_{eff}$  を、適当なものとして選択したき裂進展法則に適用すればよい。

### 3. 応力拡大係数の計算式

種々の試験片の形状、き裂の形状およびその位置なら

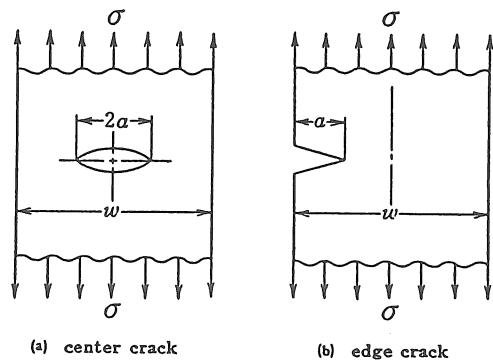


図 4 中央部のき裂と端部のき裂

びに応力条件の組合せに対して、それぞれ応力拡大係数  $K$  についての詳細な計算がなされているが<sup>(6)(7)</sup>、本研究では図4に示すように中央に貫通き裂のある center crack を持つ場合と、片方だけに single edge crack を持つ場合の帯板の一樣引張りを取り扱うこととした。

(A) center crack のある帯板の一樣引張りの場合

$$\left. \begin{aligned} K &= \sigma \sqrt{\pi a} F\left(\frac{2a}{w}\right) \\ \xi &= 2a/w \\ F(\xi) &\equiv \sqrt{\sec\left(\frac{\pi\xi}{2}\right)} \left( \begin{array}{l} \xi \leq 0.7 \text{で} 0.3\% \text{の誤差} \\ \xi = 0.8 \text{で} 1\% \text{の誤差} \end{array} \right) \end{aligned} \right\} (27)$$

(B) single edge crack のある帯板の一樣引張りの場合

$$\left. \begin{aligned} K &= \sigma \sqrt{\pi a} F\left(\frac{a}{w}\right) \\ \xi &= \frac{a}{w} \\ F(\xi) &\equiv 1.12 - 0.231\xi \\ &\quad + 10.55\xi^2 - 21.72\xi^3 + 30.39\xi^4 \\ &\quad (\xi \leq 0.6 \text{で誤差} 0.5\%) \end{aligned} \right\} (28)$$

### Ⅲ. リターデーションを考慮した疲労き裂進展挙動のシミュレーション・プログラムの開発

#### 1. 適用き裂進展法則

本研究におけるコンピュータ・プログラムの開発に際しては、Paris の式と Walker の式をコントロール・パラメータ NTYPE を用いて選択使用可能とした。すなわち、

NTYPE=0 → Paris の式

NTYPE≠0 → Walker の式

#### 2. 適用リターデーション・モデル

Willenborg モデルと Vroman モデルをコントロール・パラメータ NRETRD によって選択できるようにした。

NRETRD ≤ 0 → リターデーションを考えない場合

NRETRD = 1 → Willenborg モデル

NRETRD > 0 → Vroman モデル

また、き裂先端の塑性域を計算する場合の係数  $c$  については、コントロール・パラメータ NPLANE によって制御できるようにした。

NPLANE = 0 → 平面応力条件 ( $c = 2$ )

NPLANE ≠ 0 → 平面ひずみ条件 ( $c = 4\sqrt{2}$ )

#### 3. き裂の形状ならびに位置

本研究では貫通き裂 (through the thickness crack) を

取り扱うこととし、き裂部位はコントロール・パラメータ NLOC によって制御した。

NLOC ≥ 0 → 試験片中央部位のき裂

NLOC < 0 → 試験片幅方向の一端から生じたき裂

#### 4. き裂進展の積分計算式

Paris の式にしろ、Walker の式にしろ、それらは微分方程式の形で与えられているから、入力ランダム荷重に応じてその微分方程式を積分することによってき裂成長が求められることになる。積分は微小区間に分けた区分求積法によって実施することになるが、微小値のとり方いかんによっては計算は非常に多時間を要することとなり、破断寿命の長い場合には著しく経済性を損ねたものとなる。それゆえ、本プログラムでは以下の方式によることとした。

現在のき裂長が  $a$  であり、荷重サイクルを  $n$  回受けるものとする。

(i) 負荷応力  $\sigma_{\min}$ 、 $\sigma_{\max}$  を用いて、選択した条件のもとで、 $\Delta K$  と  $R$ 、もしくは  $\Delta K_{\text{eff}}$  と  $R_{\text{eff}}$  を計算し、き裂進展法則から  $da/dN$  を計算する。この際、き裂長の微小変化によっては進展速度ならびに遅延 (リターデーション) に大きな影響がないという実験結果に基づいて、き裂長の微小変化量として  $\Delta a = 0.01a$  を考え、上の計算は平均的な値として

$$a = a + \frac{1}{2} \Delta a = 1.005a$$

として行う。

(ii)  $\Delta a / \left(\frac{da}{dN}\right)$  を与えられたサイクル数  $n$  と比較する。

(a)  $\Delta a / \left(\frac{da}{dN}\right) > n$  の場合

このステップでのき裂長は

$$(\Delta a)' = n \cdot (da/dN)$$

であると考え、き裂長を新しく、

として、次の荷重ステップへ進む。

(b)  $\Delta a / \left(\frac{da}{dN}\right) \leq n$  の場合

$$\left. \begin{aligned} a &= a + 0.01a \\ n &= n - 0.01a / \left(\frac{da}{dN}\right) \end{aligned} \right\}$$

として、再びこの荷重ステップを (i) からの手順に基づいて再計算する。

(iii) 1 フライト中のすべての荷重履歴を終了すれば、その時のき裂長を記憶しておき、再び初めの荷重ステップに立ち返って、次のフライトに対して同様の計算を繰り返す。

(iv) 破壊の判定は、 $K_{\text{lim}}$  もしくは  $K_{\text{max}}$  のいずれか大きな方が  $K_{\text{IC}}$  (平面ひずみ破壊靱性—き裂抵抗力) を超

えたときに、破壊と判定する。なお  $\Delta K_{TH}$  (き裂進展するための下限値であり、この値以下だとき裂は進展しない) の効果も調べるため、予め与えた  $\Delta K_{TH}$  と  $\Delta K_{eff}$  を比べ、もしも、 $\Delta K_{TH} \geq \Delta K_{eff}$  であれば、き裂進展は全くないものとして次の荷重サイクルに進むようにした。したがって、 $\Delta K_{TH} = 0.0$  とすれば、応力拡大係数の下限値を考えないことと同等となる。

#### IV. 開発プログラムの適用例とその考察

ここではアルミ合金を想定した仮想的なデータを用いてき裂進展挙動をシミュレートした。なお、本コンピュータ・プログラムの結果の打ち出し例は本論文巻末に付録 (Appendix) として添付してある。計算に当たって採用したパラメータ値は以下の通りである。

$$\begin{aligned} \sigma_y &= 50 \text{ Kg/mm}^2 \\ K_{IC} &= 68 (\text{Kg/mm}^2) \sqrt{\text{mm}} \\ \Delta K_{TH} &= 2.5 (\text{Kg/mm}^2) \sqrt{\text{mm}} \\ m &= 0.310 \\ n &= 3.40 \\ C &= 1.750 \times 10^{-9} \\ R_{cut} &= 0.5 \\ w/2 &= 10.0 \text{ mm} \\ t &= 2.0 \text{ mm} \\ \sigma_{lim} &= 20 \text{ Kg/mm}^2 \end{aligned}$$

入力ランダム荷重履歴としては、図5に示すような、飛行中に受ける突風荷重を模擬した荷重履歴を採用した。図に示す通り1フライト中の荷重サイクルは100/2=50サイクルとし、 $\sigma_{min}$ 、 $\sigma_{max}$  のペア1組で1荷重サイクルを構成するものとした。制限荷重  $\sigma_{lim} = 20 \text{ kg/m}^2$  に対して、荷重履歴の最大は約60%程度とした。

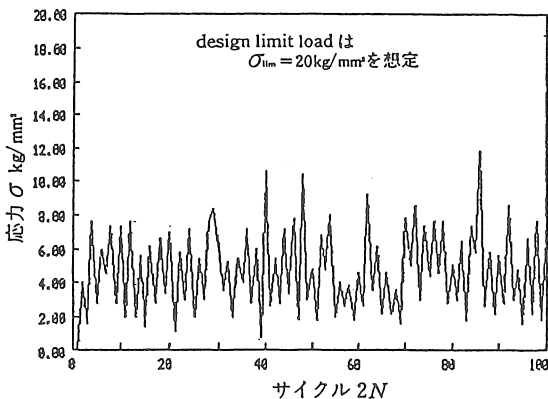


図5 突風ランダム荷重履歴の例

#### 1. き裂進展寿命のシミュレーション結果

図6はき裂の形状が中央き裂で、Walkerの式を用いて、Vromanのリターデーション・モデルを採用した場合のシミュレーション結果である。航空機の場合は、特に多くの人命にかかわるため design limit stress  $\sigma_{lim}$  (設計上制限される応力の最大値) が設定される。 $\sigma_{lim} = 20 \text{ kg/mm}^2$  と設定した関係から、き裂長が3.2mm程度になれば破壊にいたることがわかる。ここでの破壊条件は  $K_{lim}$  が  $K_{IC}$  を超えたとき、つまり  $K_{lim} > K_{IC}$  を満足したときである。なお寿命はフライト数  $F$  で表されているので、荷重サイクルで示すためには、1フライト=50サイクルで換算する必要がある。

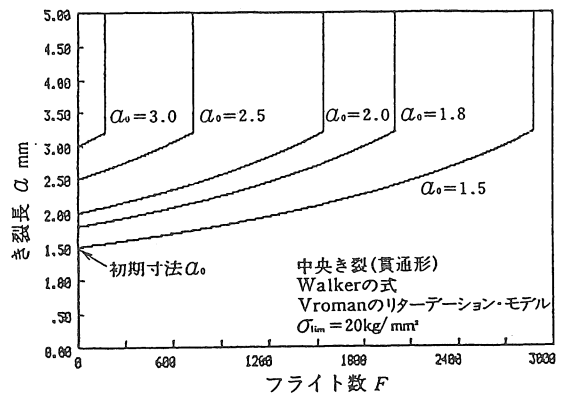


図6 き裂進展寿命のシミュレーション結果

#### 2. design limit stress $\sigma_{lim}$ の効果

図7は design limit stress  $\sigma_{lim}$  の効果を見るために、 $\sigma_{lim} = 0.0 \text{ m}^2$  と設定して初期き裂長  $a_0 = 3.0 \text{ mm}$  の場合をシミュレートした結果である。この図から明かなように、き裂は約6mm以上に成長して破壊することが観察され、design limit stress  $\sigma_{lim}$  はかなり安全側にとられていることがわかる。またこれによって本プログラムが満足に稼働していることが明かである。

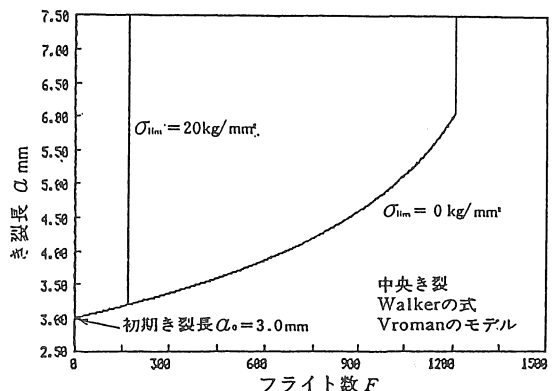


図7 design limit stress  $\sigma_{lim}$  の結果

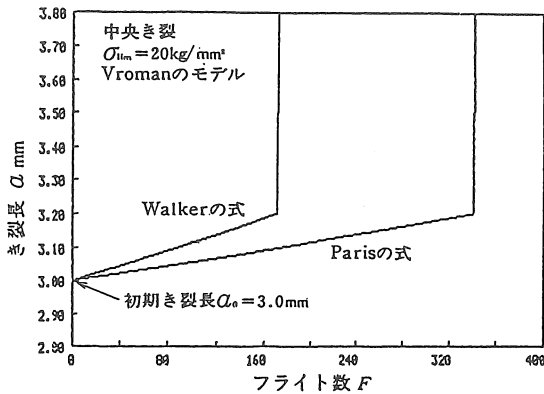


図8 Parisの式とWalkerの式の比較

### 3. Parisの式とWalkerの式の比較

図8はParisとWalkerのき裂進展法則によるシミュレーション結果の相違を示したものである。Walkerの式の方は応力比Rも考慮しているので、寿命が短く安全側に働いており、一方Parisの式は応力比Rを考えず、 $\Delta K$ のみなので寿命が長く危険側に働いていることがわかる。

### 4. リターデーション・モデルの比較

図9は各リターデーション・モデルのシミュレーション結果に及ぼす影響について考察したものである。リターデーションを考えない場合には寿命は短く安全側の結果を示すのは当然のことであるが、Willenborgモデルは、Vromanモデルに比べて寿命が長く危険側の結果を示していることがわかる。

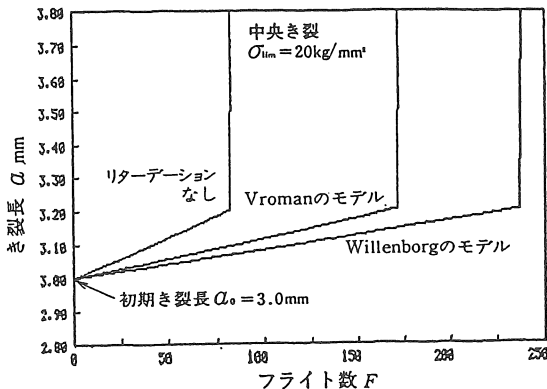


図9 リターデーション・モデルの比較

## V. おわりに

本研究によって、ランダム荷重下における疲労寿命推定のシミュレーション・プログラムは確立され、疲労寿命の信頼性解析に対する有効な手法が提供されるに至った。プログラムには、各種のコントロール・パラメータ

の値を適宜選択組み合わせることによって、実用上問題とされるような種々の場合を選択できるよう、汎用性について細心の注意が払われている。また一例として揚げたシミュレーション結果を縦覧して明らかのように、本コンピュータ・プログラムの妥当性と有用性が、より一層明確に示されている。

本シミュレーション・プログラムは近年急速に普及している比較的安価なパソコンを用いて実行できることを意図して、BASIC言語で記述されている。したがって、本研究はまた、実践教育という観点からも極めて高い有用性をもつものと言えよう。すなわち、当システムの開発を通じて学生にコンピュータ・プログラムの開発という実践的技術をマスターさせると共に、信頼性解析のための統計的手法を理論及び実践の両側面から習得させることが可能となり、社会的にますますその重要性が認識されている信頼性解析・設計に関する実践教育に大きく寄与するものと考えられることができる。

## 参考文献

- [1] Paris, P. C. and Edogan, F., "A Critical Analysis of Crack Propagation Laws", Trans. ASME, Vol.85 (1963), pp.528-533.
- [2] Walker, K., "The Effect of Stress Ratio During Crack Propagation and Fatigue for 2024-T3 and 7075-T6 Aluminum," ASTM STP 462, 1970.
- [3] Willenborg, J., "A Crack Growth Retardation Model Using an Effective Stress Concept," AFFDL-TM-71 IFBR, 1971.
- [4] Probst, E. P. and Hillbery, B. M., "Fatigue Crack Delay and Arrest Due to Single Peak Tensile Overloads," AIAA Paper No.73-325, 1973.
- [5] Vroman, G., "Crack Propagation Analysis with Retardation," presented at ASTM E-24, 1971.
- [6] 岡村弘之, 「線形破壊力学入門」, (1976-5), 培風館.
- [7] 石田 誠, 「き裂の弾性解析と応力拡大係数」, (1976-6), 培風館.

付録 (Appendix) シミュレーション結果の打ち出し例

PREDICTION OF CRACK GROWTH BASED ON WALKER'S EQUATION  
FOR THROUGH THE THICKNESS CENTER CRACK  
WILLENBORG'S RETARDATION MODEL IS APPLIED.

MATERIAL CONSTANTS USED

YIELD STRENGTH SY= 0.5000000E+02 (KG/MM\*\*2)  
CRITICAL S. I. F. KIC= 0.6800000E+02 (KG/MM\*\*2) SQRT (MM)  
THRESHOLD S. I. F. KTH= 0.2500000E+01 (KG/MM\*\*2) SQRT (MM)  
EXPONENT M M= 0.3100000E+00  
EXPONENT N N= 0.3400000E+01  
INTERCEPT C C= 0.1750000E-08  
CUT-OFF RATIO RCUT= 0.5000000E+00

SPECIMEN GEOMETRY:

HALF WIDTH W/2= 0.1000000E+02 (MM)  
THICKNESS T= 0.2000000E+01 (MM)

INPUT SPECTRUM LOADING INFORMATION

DESIGN LIMIT STRESS SIGLIM = 0.200000E+02 (KG/MM\*\*2)

MAXIMUM STRESS AS PRESCRIBED (KG/MM\*\*2)

4.00	7.60	6.00	7.40	7.40	7.60	5.60	6.20	6.60	7.00
5.80	7.20	5.40	7.60	6.20	5.20	5.40	7.20	6.00	10.60
5.40	7.20	7.80	10.40	4.80	6.80	8.00	4.00	3.80	4.60
9.20	6.20	4.60	3.60	7.80	8.60	7.40	7.60	7.60	5.00
6.40	7.40	11.80	5.80	5.60	8.60	4.80	6.60	7.60	6.60

MINIMUM STRESS AS PRESCRIBED (KG/MM\*\*2)

0.00	1.60	2.80	4.60	2.80	2.00	2.00	1.40	2.80	3.40
1.20	3.00	2.00	3.00	8.40	3.60	2.00	4.00	2.80	0.80
2.60	2.80	3.40	1.80	3.00	1.80	4.80	2.00	2.60	1.80
2.60	3.60	2.20	2.20	1.60	5.00	3.00	4.40	4.60	2.80
3.00	1.80	5.80	2.60	2.20	2.80	3.00	1.60	2.20	1.80

MAXIMUM STRESS AS MODIFIED (KG/MM\*\*2)

4.00	7.60	6.00	7.40	7.40	7.60	5.60	6.20	6.60	7.00
5.80	7.20	5.40	7.60	6.20	5.20	5.40	7.20	6.00	10.60
5.40	7.20	7.80	10.40	4.80	6.80	8.00	4.00	3.80	4.60
9.20	6.20	4.60	3.60	7.80	8.60	7.40	7.60	7.60	5.00
6.40	7.40	11.80	5.80	5.60	8.60	4.80	6.60	7.60	6.60

MINIMUM STRESS AS MODIFIED (KG/MM\*\*2)

0.00	1.60	2.80	4.60	2.80	2.00	2.00	1.40	2.80	3.40
1.20	3.00	2.00	3.00	8.40	3.60	2.00	4.00	2.80	0.80
2.60	2.80	3.40	1.80	3.00	1.80	4.80	2.00	2.60	1.80
2.60	3.60	2.20	2.20	1.60	5.00	3.00	4.40	4.60	2.80
3.00	1.80	5.80	2.60	2.20	2.80	3.00	1.60	2.20	1.80

PRESCRIBED MEAN STRESS RANGE S1=0.43196E+01  
MODIFIED MEAN STRESS RANGE S2=0.43196E+01  
SIMPLE MEAN STRESS-RATIO R1= 0.4314  
RAISED MEAN STRESS-RATIO R2= 0.4777



CRACK GROWTH PREDICTION PER FLIGHT --- FOR CO= 3.0000 (MM)  
 ----- FOR THROUGH THE THCKNESS CENTER CRACK  
 ----- WALKER'S GROWTH RATE EQUATION IS APPLIED  
 ----- WILLENBORG'S RETARDATION MODEL IS USED  
 ----- PLASTIC ZONE SIZE FOR PLANE STRAIN

FLIGHT NO.	PREDICTED CRACK GROWTH (MM)				
1	0.3001480E+01	0.3002270E+01	0.3003060E+01	0.3003860E+01	0.3004650E+01
6	0.3005450E+01	0.3006240E+01	0.3007040E+01	0.3007840E+01	0.3008630E+01
11	0.3009430E+01	0.3010230E+01	0.3011030E+01	0.3011830E+01	0.3012630E+01
16	0.3013430E+01	0.3014230E+01	0.3015030E+01	0.3015830E+01	0.3016630E+01
21	0.3017430E+01	0.3018230E+01	0.3019040E+01	0.3019840E+01	0.3020650E+01
26	0.3021450E+01	0.3022250E+01	0.3023060E+01	0.3023870E+01	0.3024670E+01
31	0.3025480E+01	0.3026280E+01	0.3027090E+01	0.3027900E+01	0.3028710E+01
36	0.3029520E+01	0.3030330E+01	0.3031140E+01	0.3031950E+01	0.3032760E+01
41	0.3033570E+01	0.3034380E+01	0.3035190E+01	0.3036010E+01	0.3036820E+01
46	0.3037630E+01	0.3038450E+01	0.3039260E+01	0.3040080E+01	0.3040890E+01
51	0.3041710E+01	0.3042530E+01	0.3043340E+01	0.3044160E+01	0.3044980E+01
56	0.3045800E+01	0.3046620E+01	0.3047440E+01	0.3048260E+01	0.3049080E+01
61	0.3049900E+01	0.3050720E+01	0.3051540E+01	0.3052360E+01	0.3053190E+01
66	0.3054010E+01	0.3054830E+01	0.3055660E+01	0.3056480E+01	0.3057310E+01
71	0.3058140E+01	0.3058960E+01	0.3059790E+01	0.3060620E+01	0.3061440E+01
76	0.3062270E+01	0.3063100E+01	0.3063930E+01	0.3064760E+01	0.3065590E+01
81	0.3066420E+01	0.3067250E+01	0.3068080E+01	0.3068910E+01	0.3069750E+01
86	0.3070580E+01	0.3071410E+01	0.3072250E+01	0.3073080E+01	0.3073920E+01
91	0.3074750E+01	0.3075590E+01	0.3076430E+01	0.3077270E+01	0.3078100E+01
96	0.3078940E+01	0.3079780E+01	0.3080620E+01	0.3081460E+01	0.3082300E+01
101	0.3083140E+01	0.3083980E+01	0.3084830E+01	0.3085670E+01	0.3086510E+01
106	0.3087350E+01	0.3088200E+01	0.3089040E+01	0.3089890E+01	0.3090730E+01
111	0.3091580E+01	0.3092420E+01	0.3093270E+01	0.3094110E+01	0.3094960E+01
116	0.3095810E+01	0.3096660E+01	0.3097510E+01	0.3098360E+01	0.3099210E+01
121	0.3100060E+01	0.3100910E+01	0.3101760E+01	0.3102610E+01	0.3103470E+01
126	0.3104320E+01	0.3105170E+01	0.3106030E+01	0.3106880E+01	0.3107740E+01
131	0.3108600E+01	0.3109450E+01	0.3110310E+01	0.3111170E+01	0.3112030E+01
136	0.3112890E+01	0.3113750E+01	0.3114610E+01	0.3115470E+01	0.3116330E+01
141	0.3117190E+01	0.3118050E+01	0.3118910E+01	0.3119770E+01	0.3120640E+01
146	0.3121500E+01	0.3122370E+01	0.3123230E+01	0.3124100E+01	0.3124960E+01
151	0.3125830E+01	0.3126690E+01	0.3127560E+01	0.3128430E+01	0.3129300E+01
156	0.3130160E+01	0.3131030E+01	0.3131900E+01	0.3132770E+01	0.3133640E+01
161	0.3134510E+01	0.3135380E+01	0.3136260E+01	0.3137130E+01	0.3138000E+01
166	0.3138880E+01	0.3139750E+01	0.3140630E+01	0.3141500E+01	0.3142380E+01
171	0.3143250E+01	0.3144130E+01	0.3145010E+01	0.3145880E+01	0.3146760E+01
176	0.3147640E+01	0.3148520E+01	0.3149400E+01	0.3150280E+01	0.3151160E+01
181	0.3152040E+01	0.3152920E+01	0.3153810E+01	0.3154690E+01	0.3155580E+01
186	0.3156460E+01	0.3157350E+01	0.3158230E+01	0.3159120E+01	0.3160000E+01
191	0.3160890E+01	0.3161780E+01	0.3162670E+01	0.3163560E+01	0.3164450E+01
196	0.3165340E+01	0.3166230E+01	0.3167120E+01	0.3168010E+01	0.3168910E+01
201	0.3169800E+01	0.3170690E+01	0.3171590E+01	0.3172480E+01	0.3173380E+01
206	0.3174270E+01	0.3175170E+01	0.3176070E+01	0.3176960E+01	0.3177860E+01
211	0.3178760E+01	0.3179660E+01	0.3180560E+01	0.3181460E+01	0.3182360E+01
216	0.3183260E+01	0.3184160E+01	0.3185060E+01	0.3185970E+01	0.3186870E+01
221	0.3187770E+01	0.3188680E+01	0.3189580E+01	0.3190490E+01	0.3191390E+01
226	0.3192300E+01	0.3193210E+01	0.3194120E+01	0.3195020E+01	0.3195930E+01
231	0.3196840E+01	0.3197750E+01	0.3198670E+01	0.3199580E+01	0.3200490E+01
236	0.3201400E+01	0.3202320E+01			

