

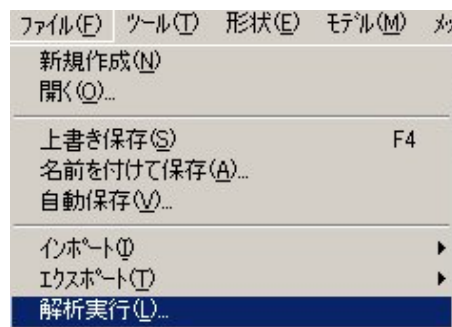
### 4-4-3 固有振動解析

固有振動解析の手順は、解析モデルの作成についてはこれまでの「4-4-2 静剛性解析」の（１）～（６）までの手順と基本的に同じである。ただし材料物性値として、静剛性解析では質量密度は自重を考慮しない場合は不要であるが、固有振動解析の場合、質量密度は必須である。したがって、ここでは前項の静剛性解析における（７）解析実行以降の手順の違いを紹介する。

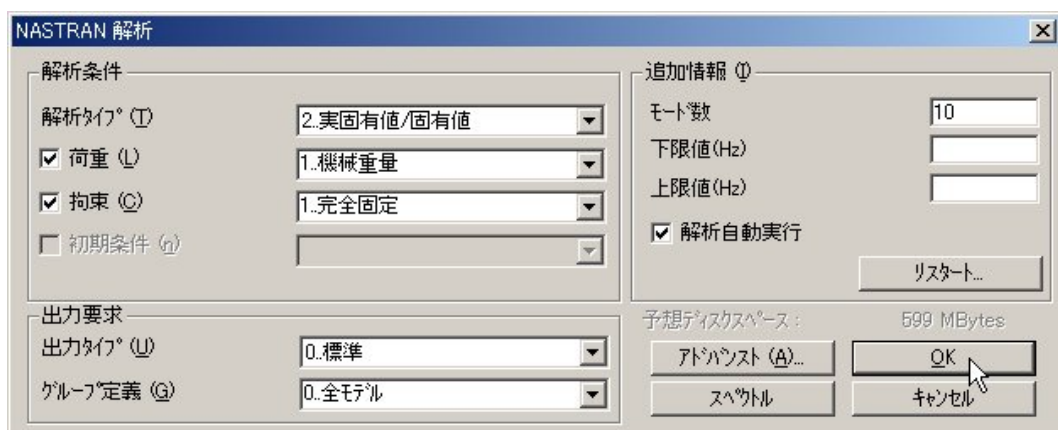
（１）～（６）は「4-4-2 静剛性解析」と同じ。

#### （７）解析実行

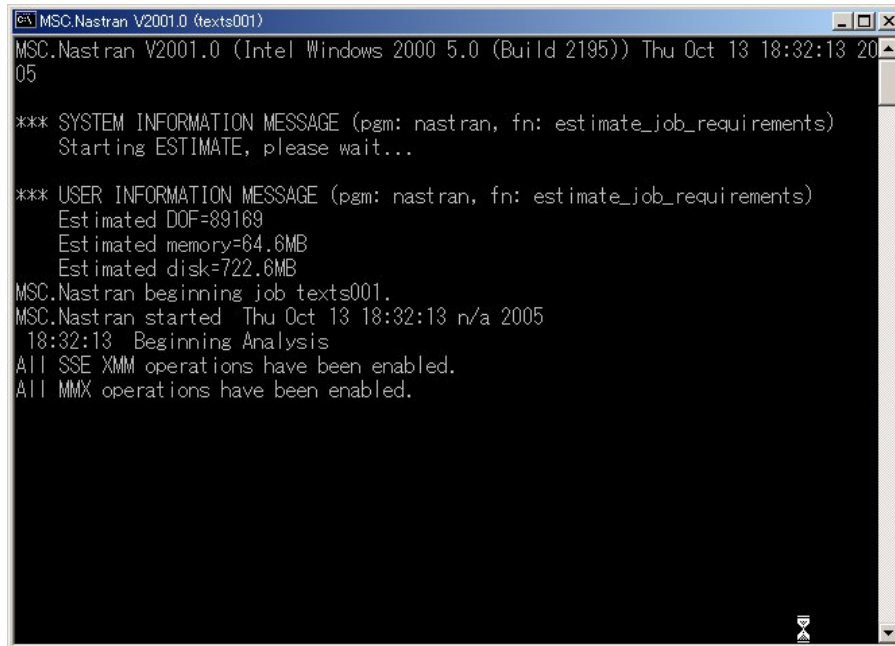
メインメニューより、[ファイル]－[解析実行]を選択する。



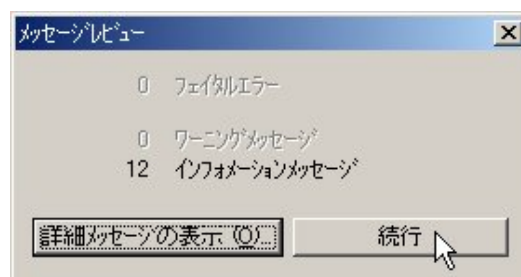
[NASTRAN 解析]ダイアログが表示されるので、解析タイプに[2. 実固有値／固有値]を選択する。荷重、拘束にチェックを入れ、それぞれのセット名を選択し、モード数を設定し、[OK]ボタンをクリックする。



モデルの保存確認のメッセージが表示されるので、[はい]ボタンをクリックすると Window-Console が表示され、解析が実行される。



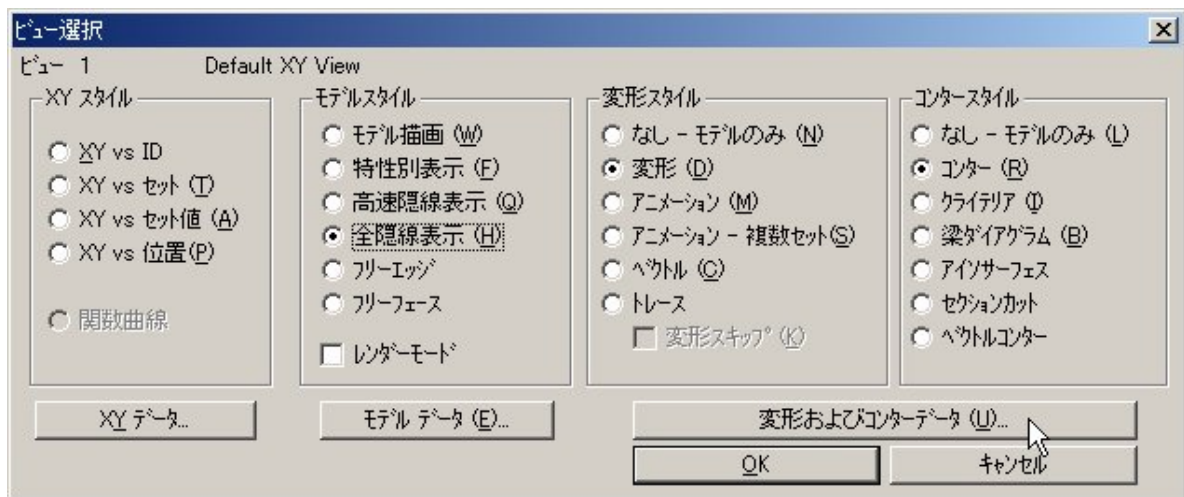
解析終了後、メインウィンドウが再起動され、[メッセージレビュー]ダイアログが表示される。解析が正常に終了していれば、インフォメーションメッセージのみが表示されるので、[続行]ボタンをクリックする。(ここでフェイタルエラーが表示されていれば解析は失敗しているので、[詳細メッセージの表示]ボタンをクリックし、メッセージを表示させ、その原因を調べる必要がある。)



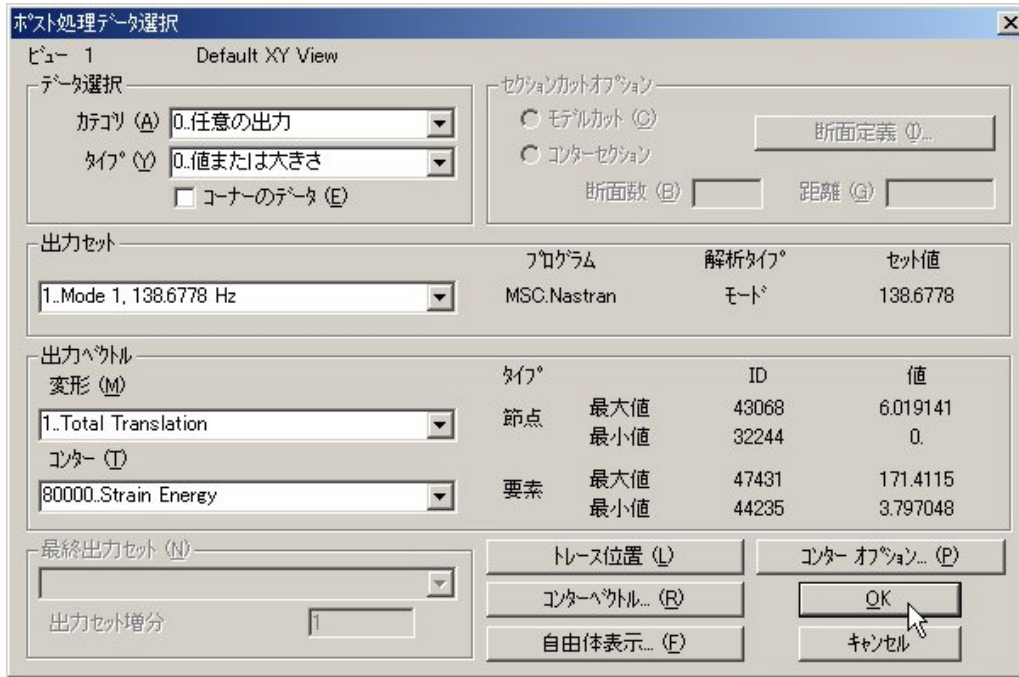
#### (8) 結果出力 (ポスト処理)

解析が正常に終了したら、結果を表示させる。  
メインメニューより、[ビュー]—[選択]を選択する。

[ビュー選択]ダイアログが表示されるので、[変形スタイル]－[変形]ボタンと、[コンタースタイル]－[コンター]ボタンを選択し、[変形およびコンターデータ]ボタンをクリックする。



[ポスト処理データ選択]ダイアログが表示されるので、[出力セット]に表示したいモード No. を選択し、[出力ベクトル]の[変形]および[コンター]のところで表示したい結果項目を選択し、[OK]ボタンをクリックする。



[ビュー選択]ダイアログに戻るので、もう一度[OK]ボタンをクリックすると、グラフィックスウィンドウに振動モード図が表示される。

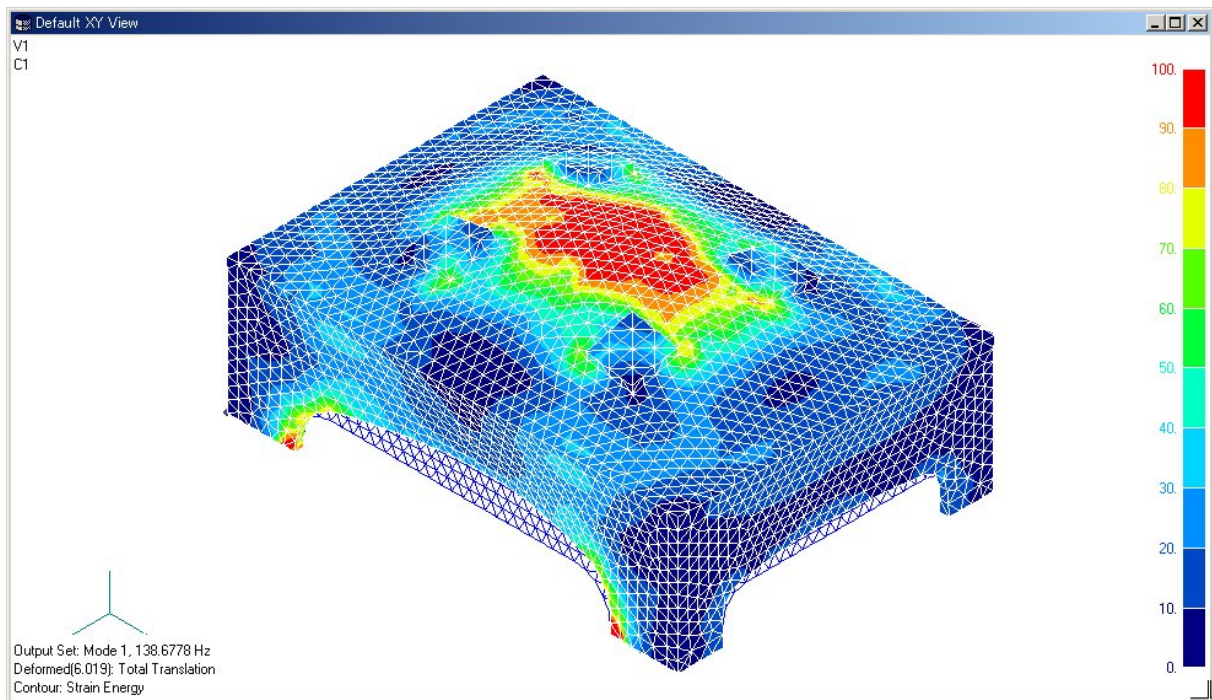


図 4-4-4 初期仕様における振動モードおよびひずみエネルギー (Mode1 138.7[Hz] 質量 214[kg])

図 4-4-4 は、Mode1 の振動モード図を表示している。固有振動数は 138.7 [Hz]で、架台の中央部が上下に大きく振動する膜振動のようなモードであることがわかる。また、質量は 224[kg]となっており、設計目標の 200[kg]以下を満足しておらず、軽量化が必要である。

### (9) 改善検討

以上の解析結果から、初期形状では設計目標の1次固有振動数200[Hz]以上を満足していないことがわかった。そこで、改善案1として補強リブを追加することによる効果を解析で確認する。初期形状における振動モードのひずみエネルギー分布を見ながら、大きく振動している架台上面と長いほうの側面の振れを抑えるよう横方向にリブ(肉厚20[mm]、高さ150[mm])を追加する。

以下の図4-4-5にその仕様を示す。

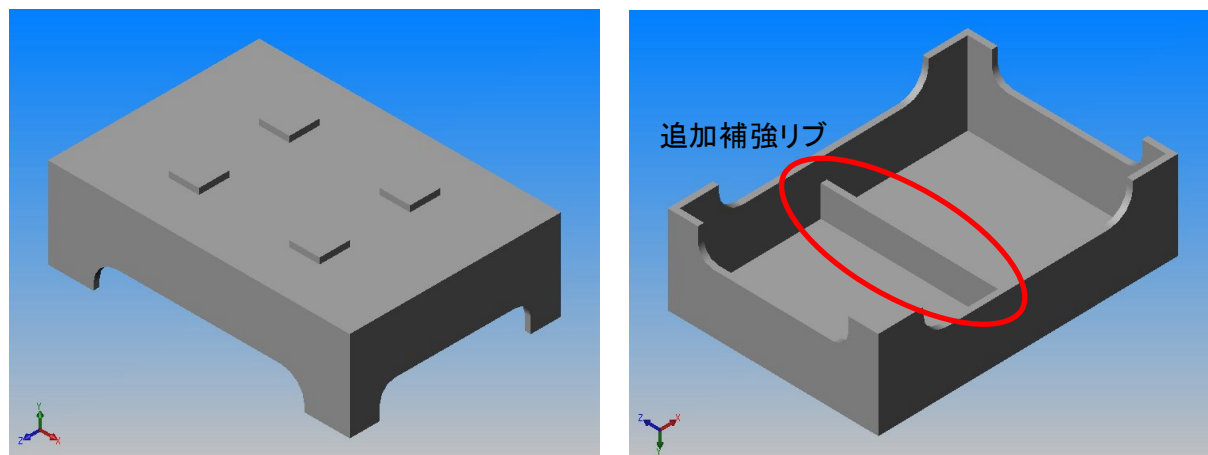


図 4-4-5 改善案1(横方向リブ追加)

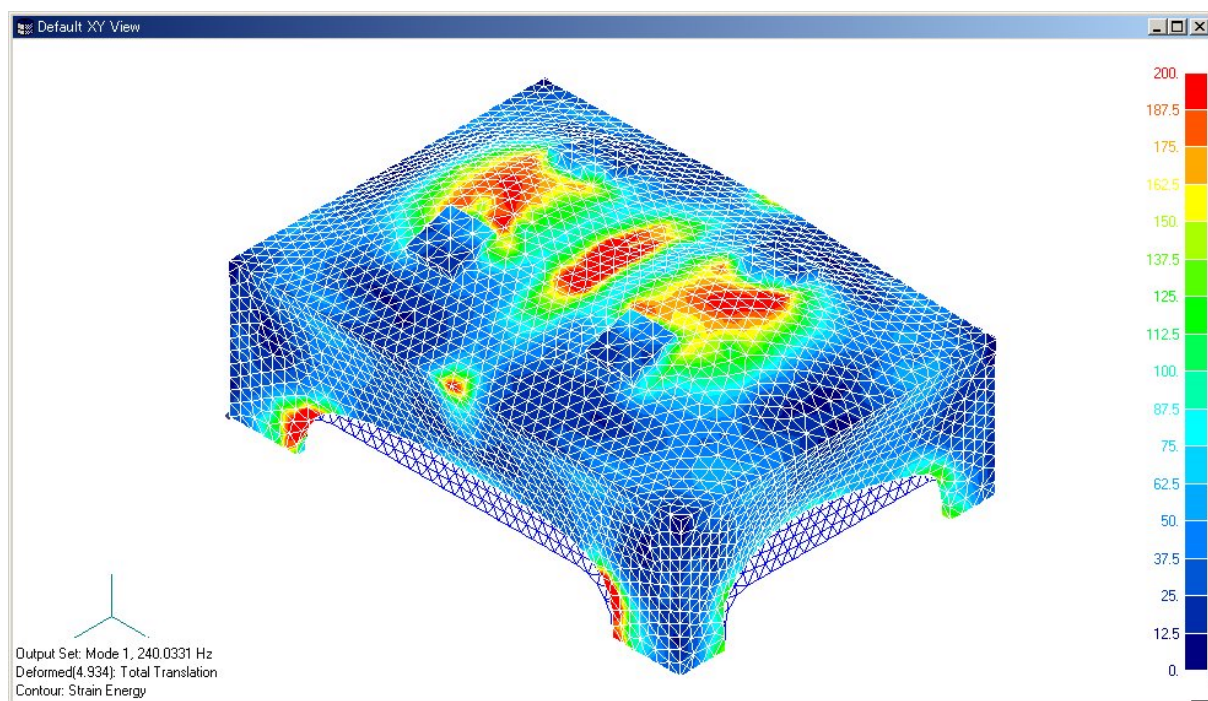


図 4-4-6 改善案1における振動モードおよびひずみエネルギー (mode1 240.0[Hz] 質量 224[kg])

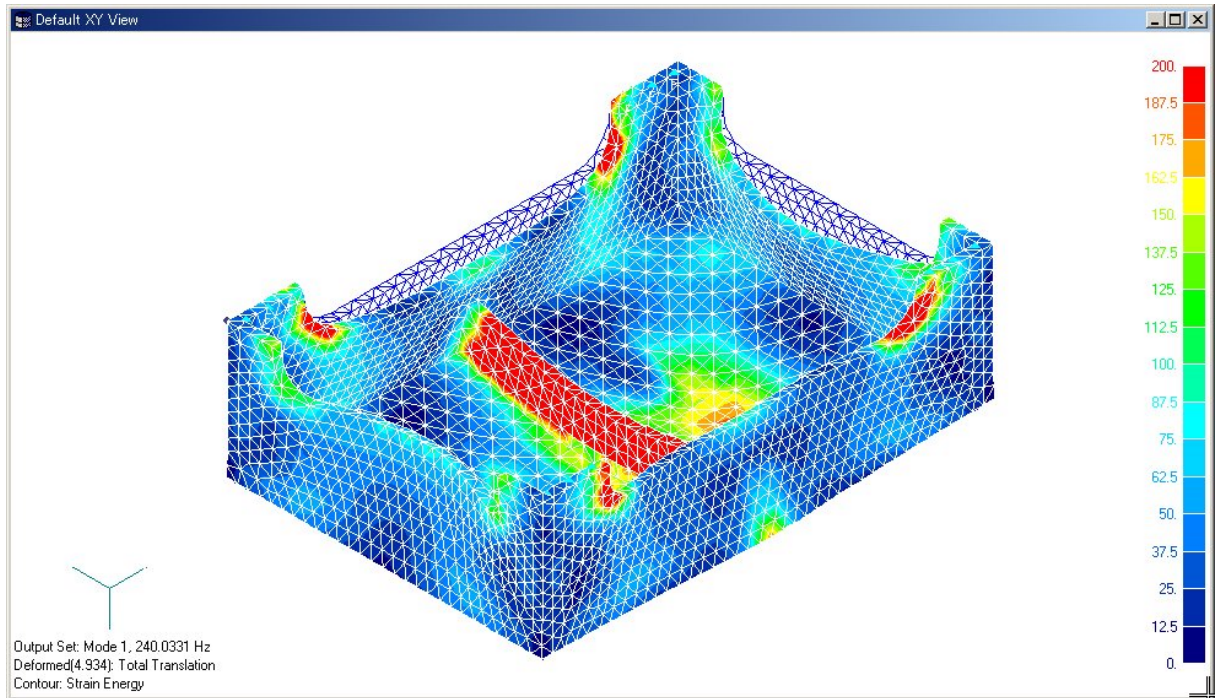


図 4-4-7 改善案 1 における振動モードおよびひずみエネルギー (mode1 240.0[Hz] 質量 224[kg])

改善案 1 の解析結果 (ひずみエネルギー分布) を図 4-4-6、4-4-7 に示す。1 次固有振動数 240[Hz] となり、設計目標を充分満足している。追加した補強リブのひずみエネルギーが大きく、このモードに対する補強リブの寄与が大きいことがわかる。

#### (10) 考察

ちなみに同様の補強リブを縦方向に入れた場合の仕様を図 4-4-8 に示す。

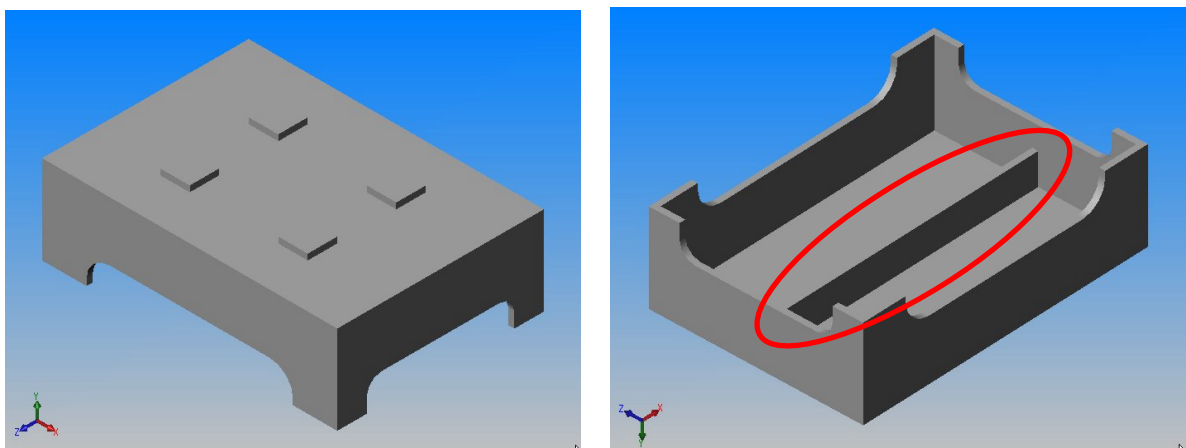


図 4-4-8 改善案 2 (縦方向リブ追加)

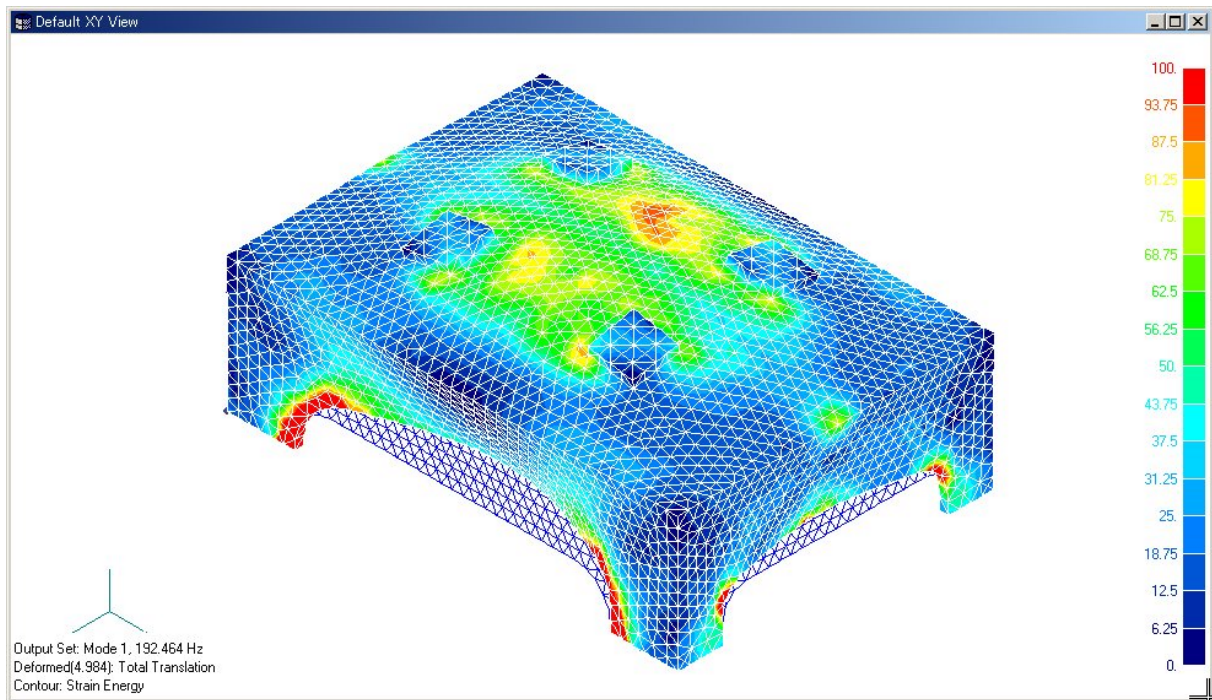


図 4-4-9 改善案 2 における振動モードおよびひずみエネルギー (Mode1 192.5[Hz] 質量 229[kg])

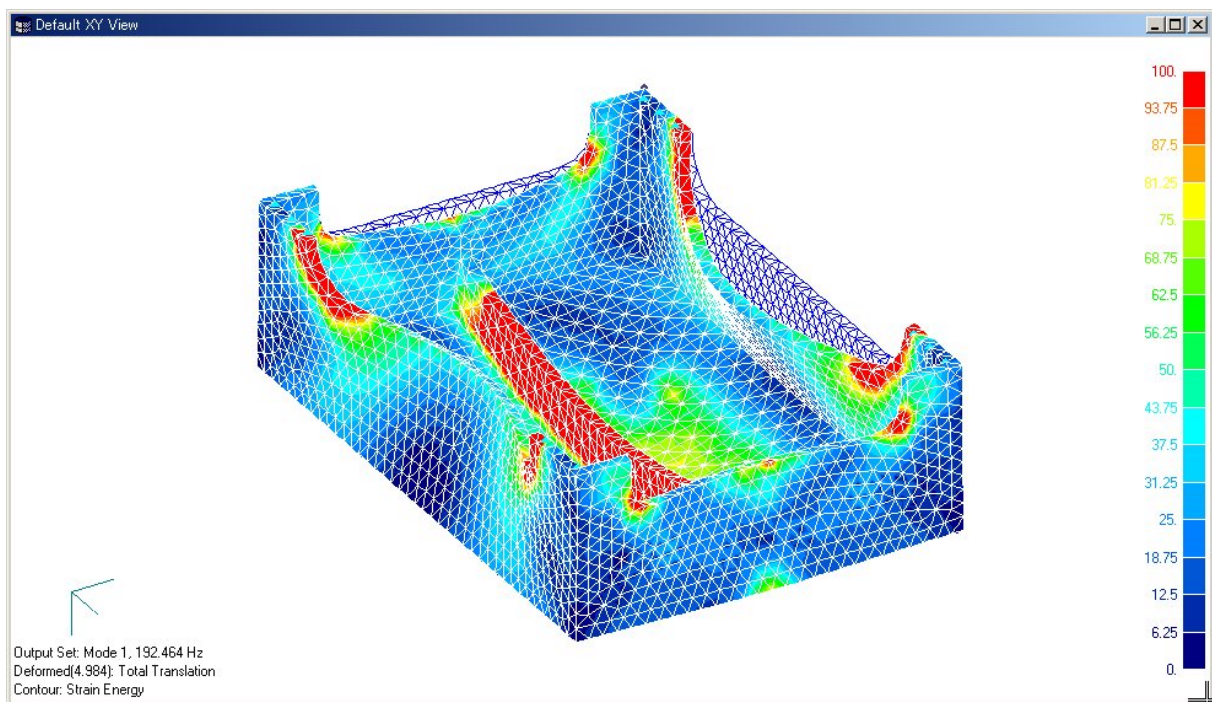


図 4-4-10 改善案 2 における振動モードおよびひずみエネルギー (Mode1 192.5[Hz] 質量 229[kg])

改善案 2 の解析結果 (ひずみエネルギー分布) を図 4-4-10 に示す。1 次固有振動数 192.5[Hz] となり設計目標を満足しておらず、振動モードも長いほうの側面が横方向に大きく振れるモードとなっており、リブの補強方向として効果的でないことがわかる。

### (1 1) 軽量化検討

次に改善案 1 により設計目標の 1 次固有振動数 200[Hz]以上は満足したが、質量目標の 200[kg]以下を満足していないため、改善案 1 における肉厚 20[mm]に対し、肉厚を薄くすることによりどこまで軽量化できるか検討を行った。その各仕様と解析結果を以下の図 4-4-11~13 に示す。

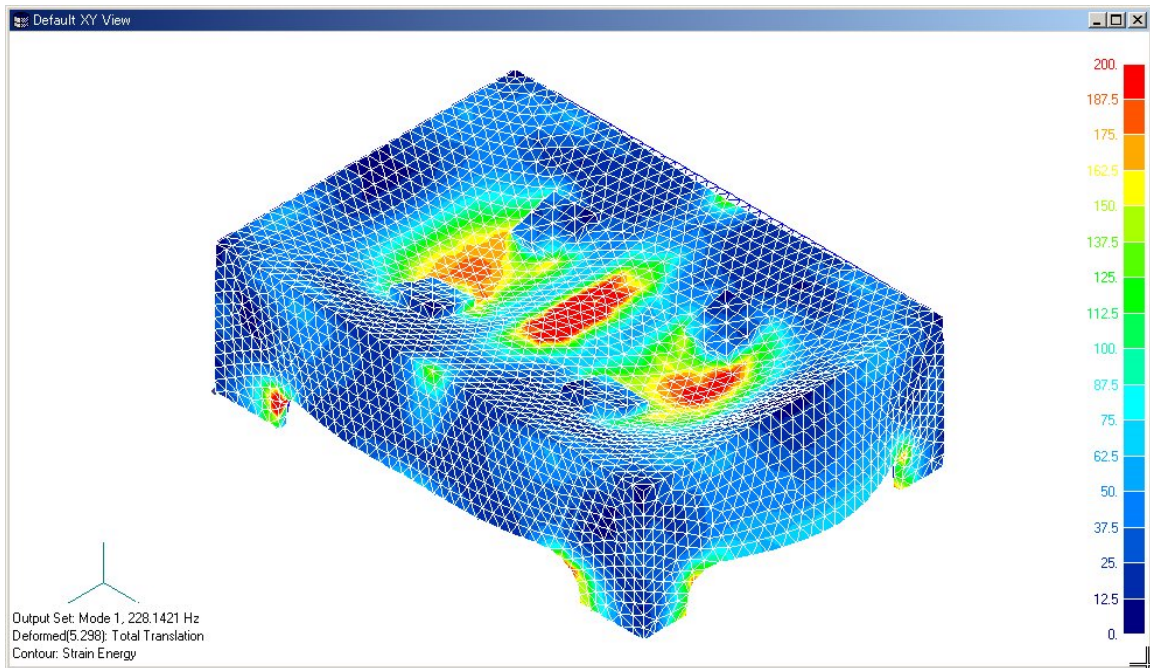


図 4-4-11 軽量化案 1 (肉厚 18[mm])における振動モード (mode1 228.1[Hz] 質量 205[kg])  
固有振動数は満足しているが、質量目標は満足していない。

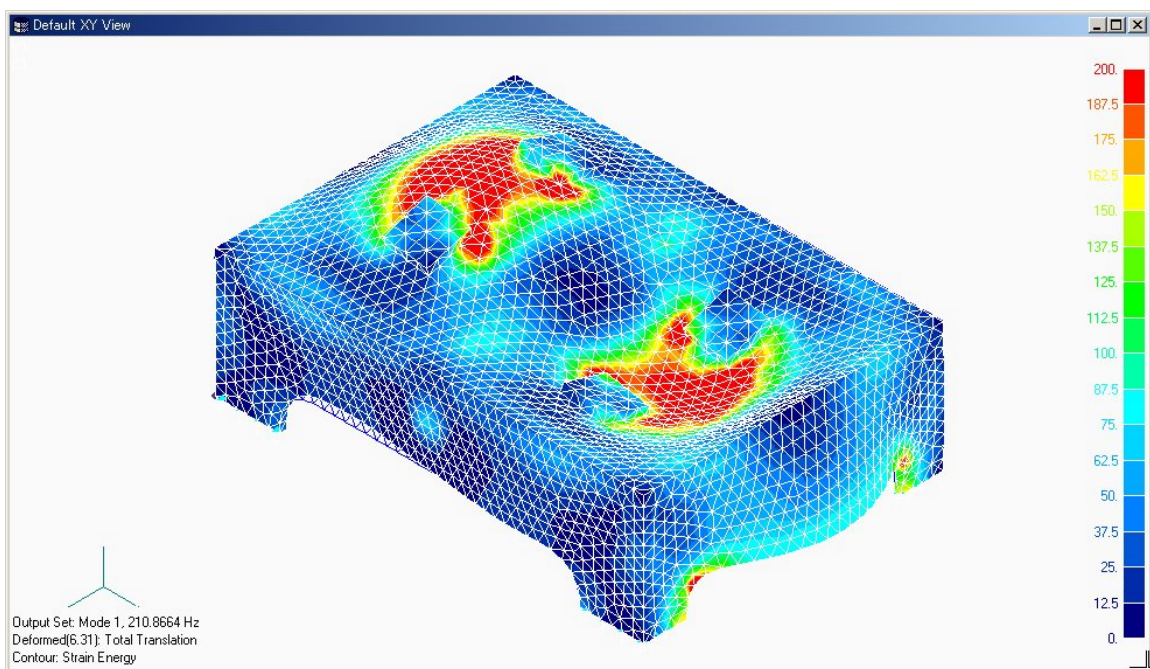


図 4-4-12 軽量化案 2 (肉厚 16[mm])における振動モード (mode1 210.9[Hz] 質量 185[kg])  
設計目標は満足しているが、振動モードが若干変化していることがわかる。



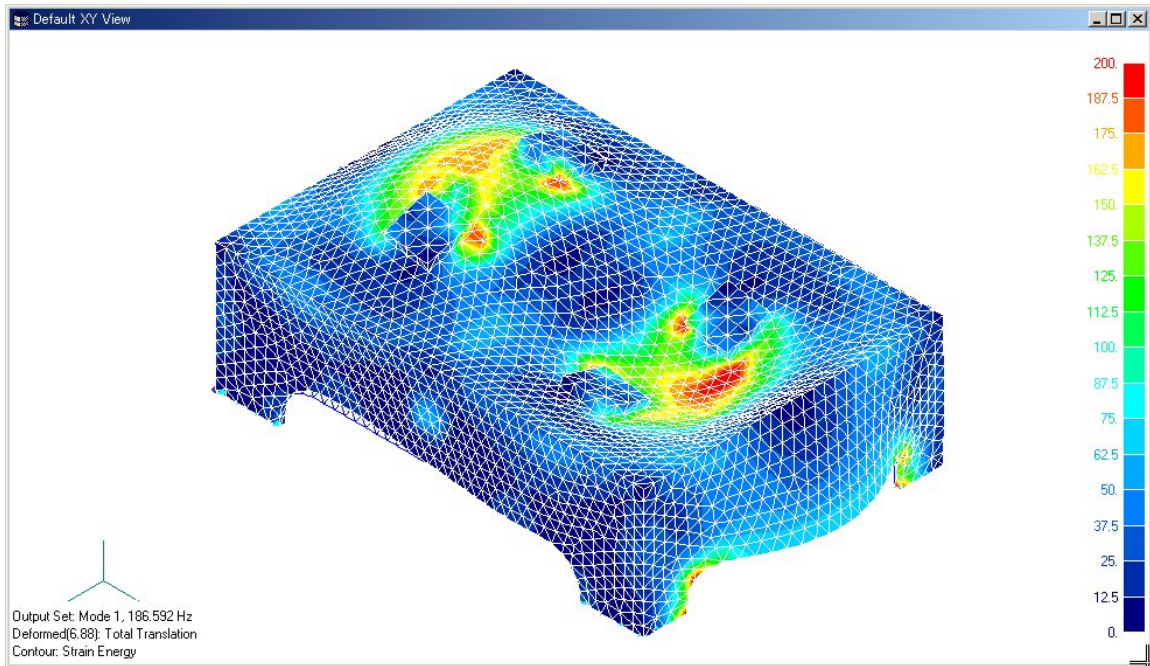


図 4-4-13 軽量化案 3 (肉厚 14[mm])における振動モード (mode1 186.6[Hz] 質量 166[kg])  
1 次固有振動数は 186.6[Hz]となり、設計目標を満足していない。

以上の結果をまとめると図 4-4-14 のようになり、1 次固有振動数 200[Hz]以上を満足するという条件のもとでは、肉厚は軽量化案 2 の 16[mm]に変更可能であることがわかる。

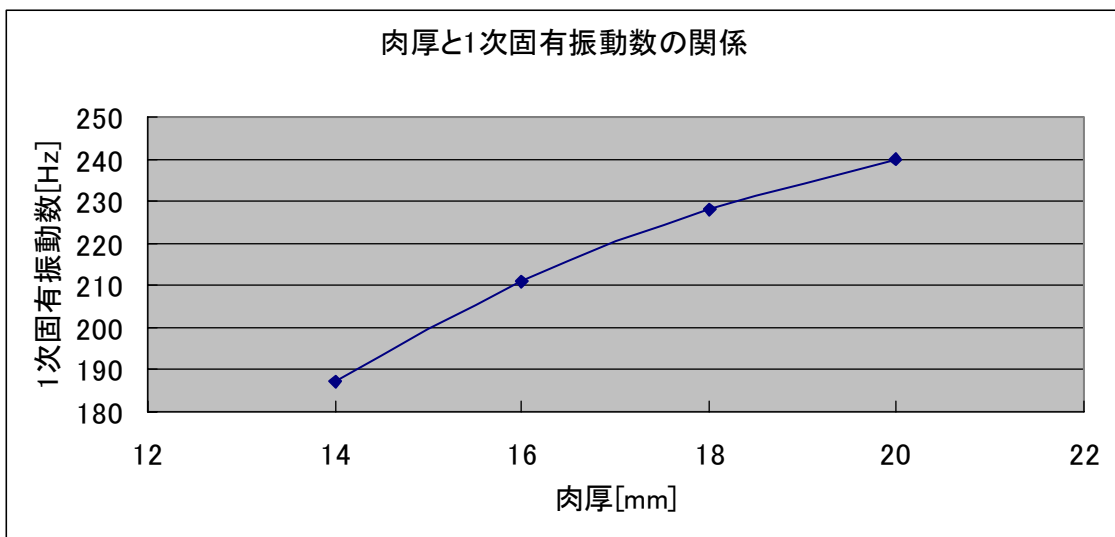


図 4-4-14 架台の肉厚と 1 次固有振動数の関係

以上より、肉厚を軽量化案 2 の 16[mm]に変更することにより質量は初期仕様の 214[kg] から 185[kg]と約 29[kg]の軽量化が可能となり、設計目標の 1 次固有振動数 200[Hz]以上を満足すると同時に質量 200[kg]以下も満足する仕様が得られた。

#### 4-4-4 考察（要素サイズ、境界条件の影響）

有限要素法を利用する上での注意点として、メッシュ分割の際の要素サイズや境界条件により、結果が大きく左右されることが挙げられる。ここでは、その要素サイズ、境界条件の違いによる結果への影響を考察する。

- (1) 4-4-3 節で解析した架台について、メッシュ分割の際の要素サイズを変更した場合の要素サイズと解析結果との関係を以下の図 4-4-15 に示す。

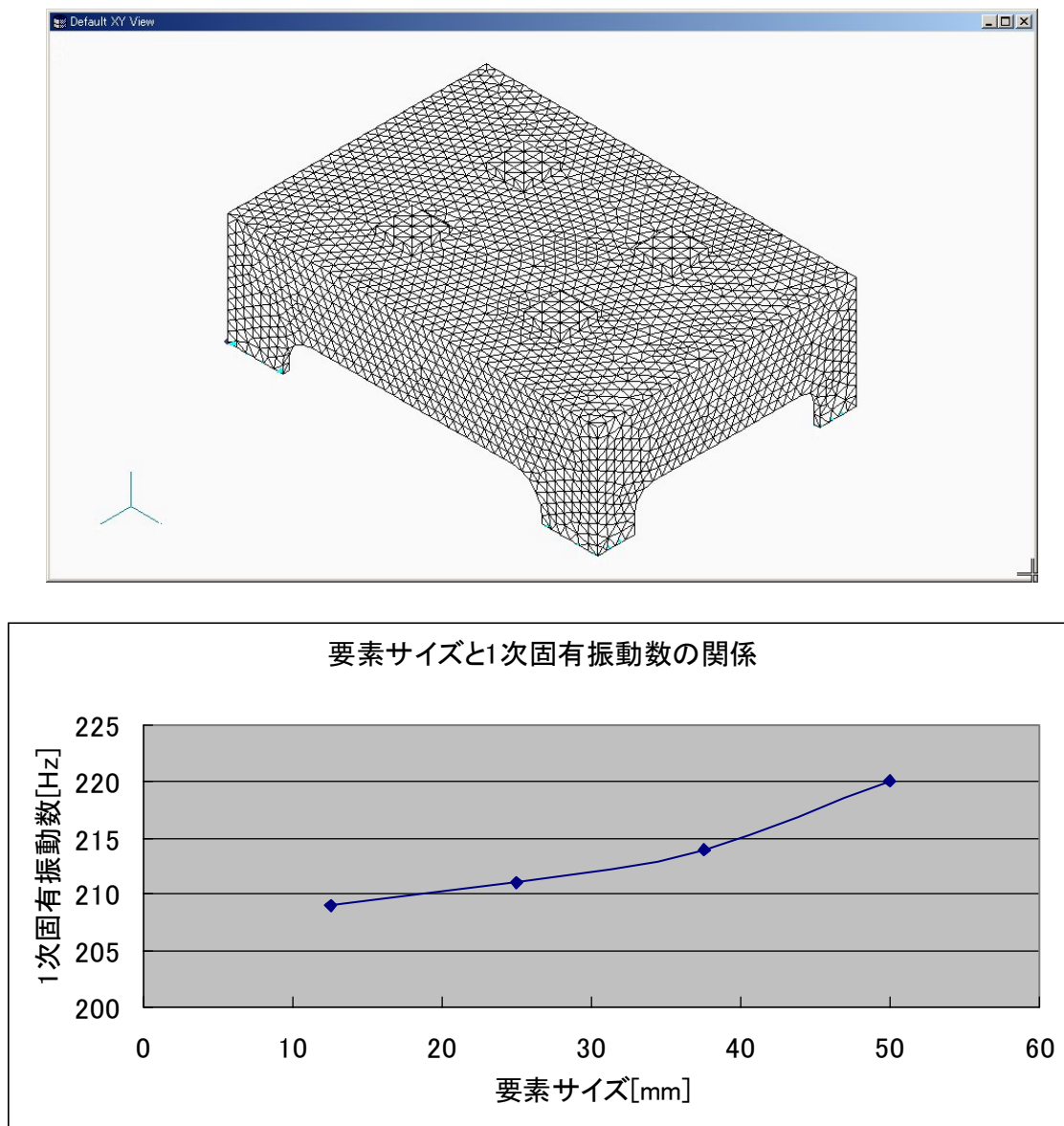


図 4-4-15 架台モデルの要素サイズと 1 次固有振動数の関係

有限要素法においては基本的に要素サイズが細かいほど精度はよいが、細くなればなるほど計算時間が指数関数的に増大する。上図のグラフから要素サイズにより計算結果に若干の違いがあることがわかる。特にメッシュ分割が粗くなるほど自由度が減少するため、

固有振動数が高めに出る傾向となることがわかる。したがって精度よく計算を行うためには、ある程度細かいメッシュ分割をする必要がある。また解析による比較評価を行う場合には、各モデルのメッシュ分割の際の要素サイズを同じにしておく必要があることに留意しなければならない。

## (2) 境界条件の違いによる影響

次に境界条件である拘束条件の違いによる影響を見てみる。4-4-3 節で解析した架台については、4 箇所足の底面を完全固定の拘束条件で計算を行ったが、これを床面内の摩擦なしの状態での拘束とした場合との違いを次に示す。完全固定とした場合をモデル 1、摩擦なし固定とした場合をモデル 2 とし、その拘束条件の仕様を図 4-4-16 に、モデル 1 の解析結果を図 4-4-17、モデル 2 の解析結果を図 4-4-18 に示す。

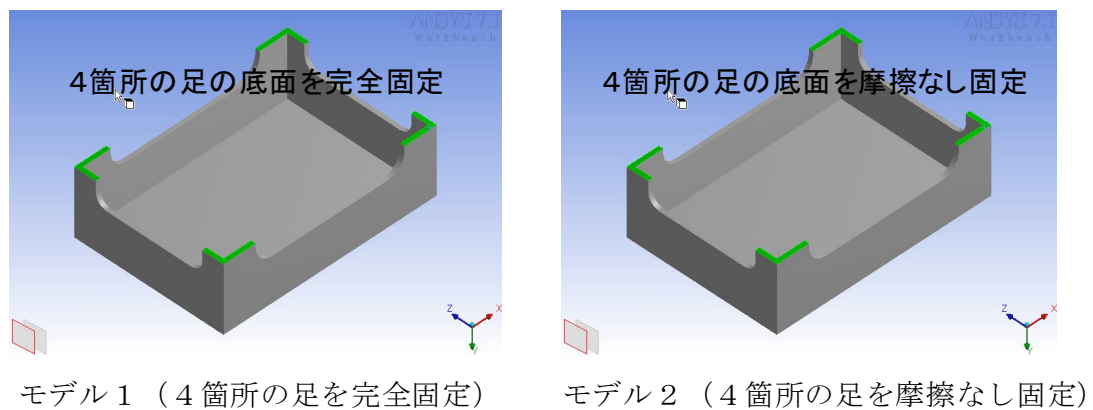


図 4-4-16 拘束条件 (モデル 1 およびモデル 2)

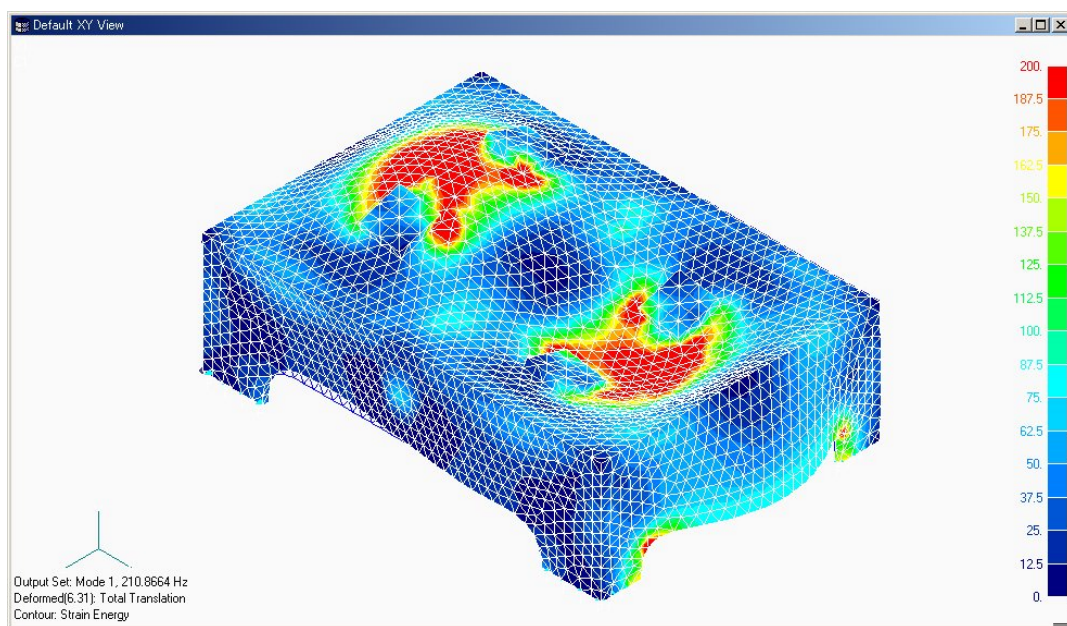


図 4-4-17 モデル 1 (完全固定) の解析結果 (Mode1 210.9 [Hz])

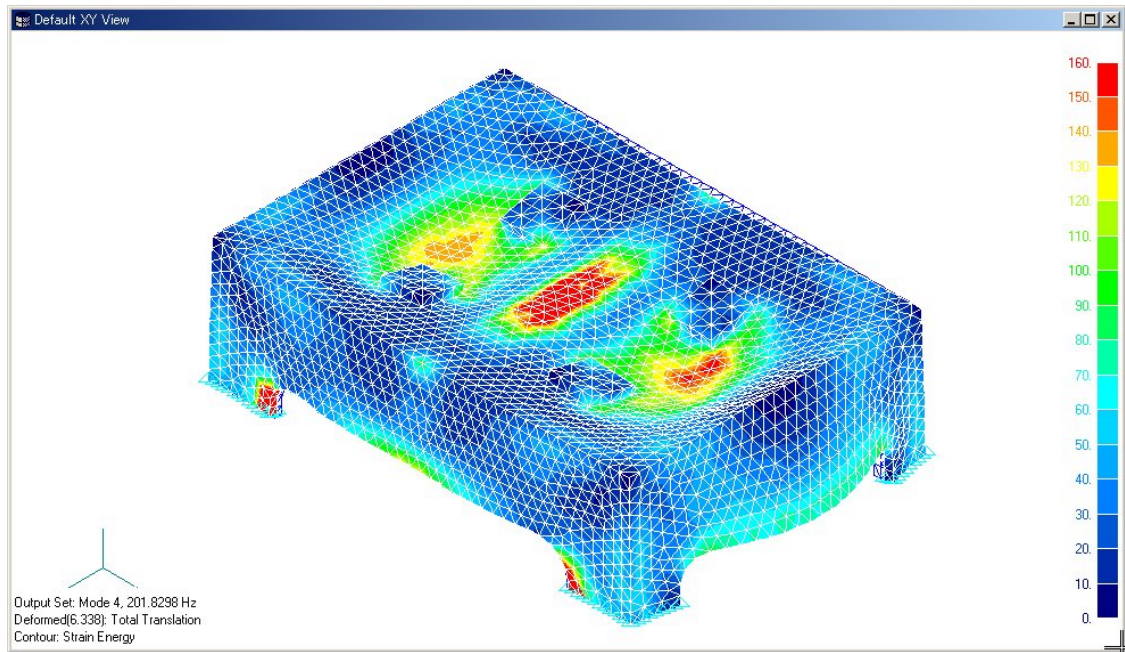


図 4-4-18 モデル 2 (摩擦なし固定) の解析結果 (Mode1 201.8 [Hz])

上記の結果から拘束条件によっても計算結果が異なることがわかる。各足の固定条件は実際の摩擦係数を設定して解析することは困難であるため、どちらか近いほう、あるいはその中間と考えて評価する必要がある。鋳物のように重い架台で足をボルト止めする場合は完全固定でよいが、プラスチックなどの軽い台や摩擦の小さいすべりやすい面におく場合などは、後者の摩擦なしの固定条件のほうが近いと思われる。また場合によっては拘束なしのフリーで解析するほうが近い場合もあり、これらは一度実験により検証しておくことができれば、経験的に判断することができて望ましい。

このように現象を解析により的確に評価するためには、拘束などの境界条件にも注意し実際の現象や状態にできるだけ近いモデル化を行う必要がある。

#### 4-4-5 金属バットモデルの解析

前節 4-4-3 の FEM 解析手順を参考にし、ここでは前章の実験モード解析で用いた金属バットについて、FEM による固有振動解析を行い結果を考察する。

解析に用いた金属バットの 3 次元 CAD モデルを図 4-4-19 に示す。モデルはバット表面のアルミ合金部（板厚 2.6[mm]）のみのモデルとし、内部に充填されているスポンジ状のものは省略している。アルミ合金は Al-Zn-Mg 系合金 (A7000 系) とし、以下の物性値を使用し、拘束なしのフリーフリー解析を行う。

材質： アルミ合金 (A7000 系)

ヤング率：  $E = 72000$  [MPa]

ポアソン比：  $\nu = 0.33$

質量密度：  $\rho = 2.7 \times 10^{-6}$  [kg/mm<sup>3</sup>]

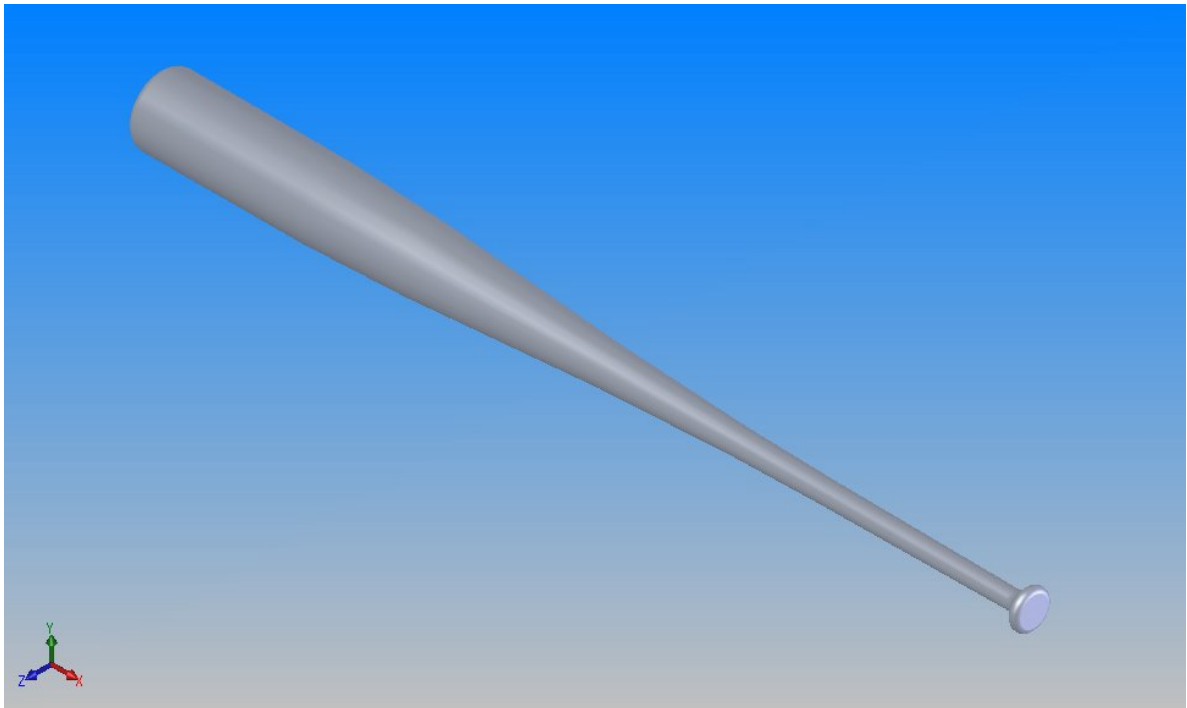


図 4-4-19 金属バットの 3 次元 CAD モデル

解析モデルはシェル要素を用いたものとソリッド要素を用いたもの両方を作成した。シェル要素のメッシュ分割図を図 4-4-20 に、ソリッド要素のメッシュ分割図を図 4-4-21 に示す。シェル要素は板厚中心でモデル化している。メッシュ分割は基本的に細かいほうが精度はよいが、要素数が多くなり大規模モデルでは計算時間がかかるため、剛性の高い部分は粗く、剛性の低い部分や形状変化の激しい部分を細かく分割するのがよい。

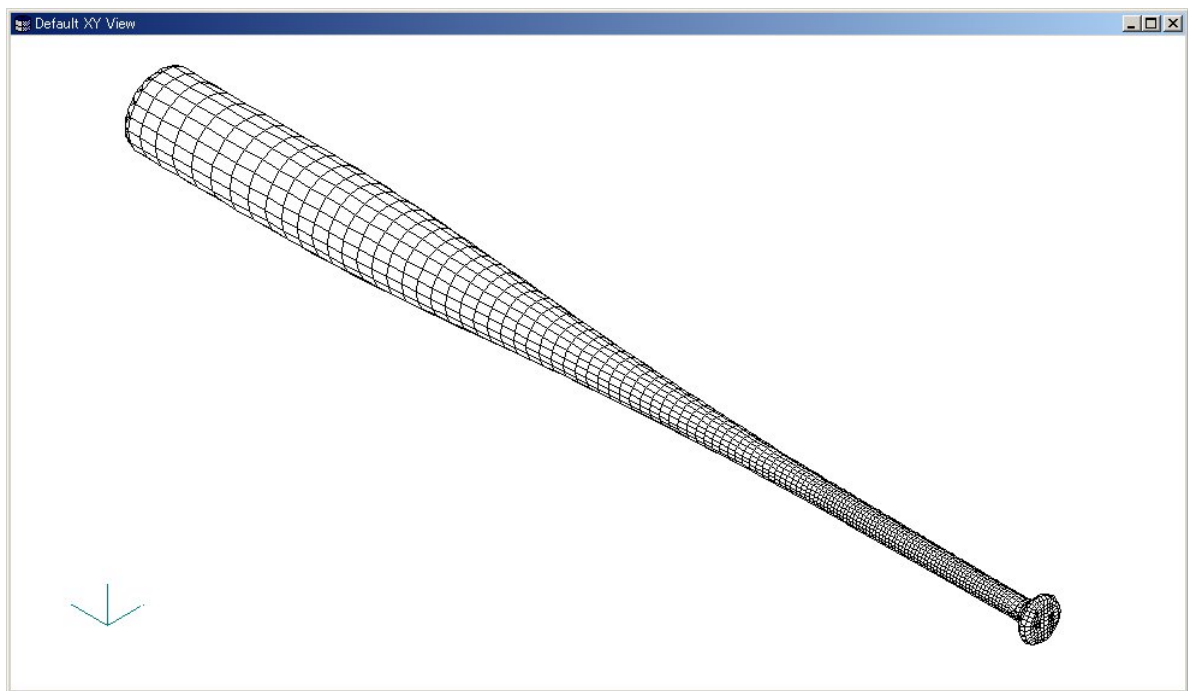


図 4-4-20 金属バットの FEM 解析モデル(シェル要素)

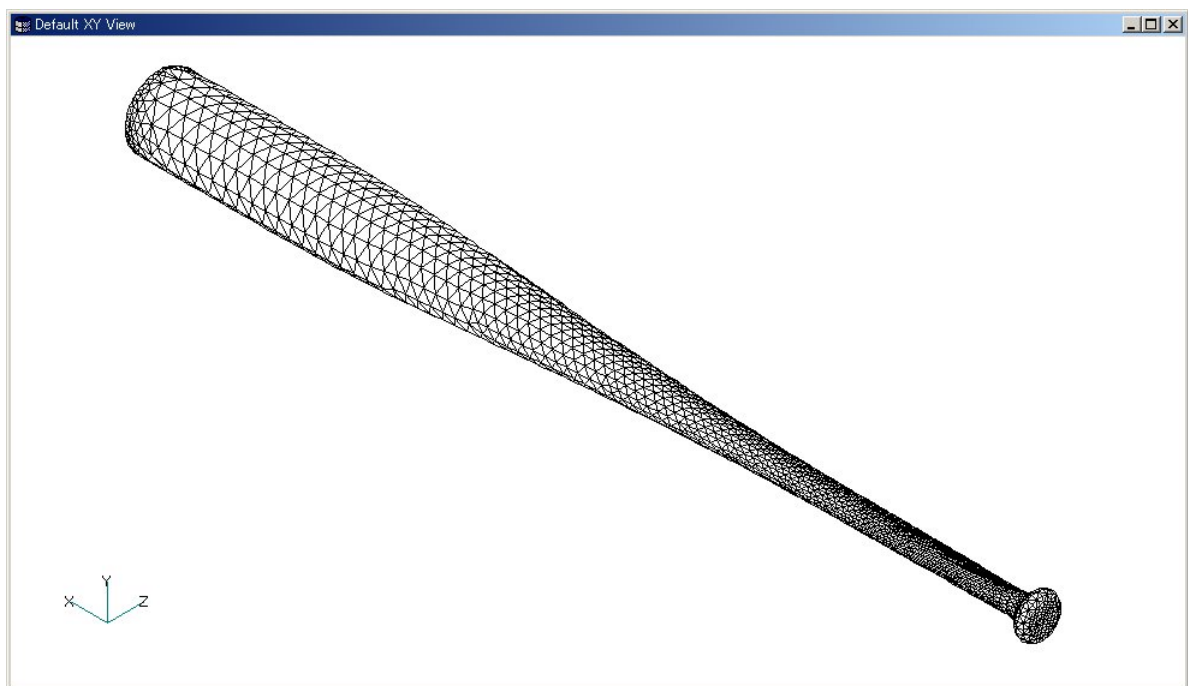


図 4-4-21 金属バットの FEM 解析モデル(ソリッド要素)

N4W による解析結果を以下の表 4-4-1 に示す。解析特有の現象として、Mode1~6 は拘束なしのフリーフリー解析を行っているため、6 自由度に対し対象物全体が動く剛体モードと呼ばれるものが出力されるがこれらは無視してよい。また、バットの軸に対して軸対象モデルとなっているため、同じ曲げモードでありながら振れの方向が 90° 異なるモードがほぼ同じ振動数で出力される。ただし、ソリッドモデルは高次のモードになるにしたがって、この 2 つの同じ振動モードの振動数の差が大きく、またシェルモデルとの振動数の差も大きくなっているが、これはメッシュ分割の形状の違いや対称性が悪いためと考えられる。また、Mode13~15 に見られるように、実験では出てこない局所的な振動や捻り振動などが計算では得られることがわかる。

表 4-4-1 シェルモデルおよびソリッドモデルによる解析結果

モード No.	固有振動数 [Hz] (シェルモデル)	固有振動数 [Hz] (ソリッドモデル)	実験値 [Hz]	振動モード
Mode1	$-5.28 \times 10^{-5}$	$-2.22 \times 10^{-4}$	—	剛体モード
Mode2	$-1.76 \times 10^{-5}$	$-1.96 \times 10^{-4}$	—	剛体モード
Mode3	$-2.33 \times 10^{-6}$	$-1.29 \times 10^{-4}$	—	剛体モード
Mode4	$3.30 \times 10^{-4}$	$-3.54 \times 10^{-5}$	—	剛体モード
Mode5	$6.12 \times 10^{-4}$	$7.68 \times 10^{-4}$	—	剛体モード
Mode6	$6.84 \times 10^{-4}$	$1.60 \times 10^{-3}$	—	剛体モード
Mode7	232.1	232.3	212	1 次曲げ
Mode8	232.1	234.5	212	1 次曲げ
Mode9	733.7	730.1	694	2 次曲げ
Mode10	733.7	739.7	694	2 次曲げ
Mode11	1434.6	1421.6	1341	3 次曲げ
Mode12	1434.6	1444.2	1341	3 次曲げ
Mode13	1971.9	1776.6	—	バット大径部の膜振動
Mode14	1972.0	1801.2	—	バット大径部の膜振動
Mode15	1984.1	1926.5	—	バット小径部のねじり
Mode16	2278.4	2256.3	2256	4 次曲げ
Mode17	2278.5	2294.4	2256	4 次曲げ

次に、シェルモデルによるそれぞれのモードに対する振動モードとひずみエネルギーを図 4-4-22~27 に示す。ソリッドモデルについても同様となるためここでは省略する。

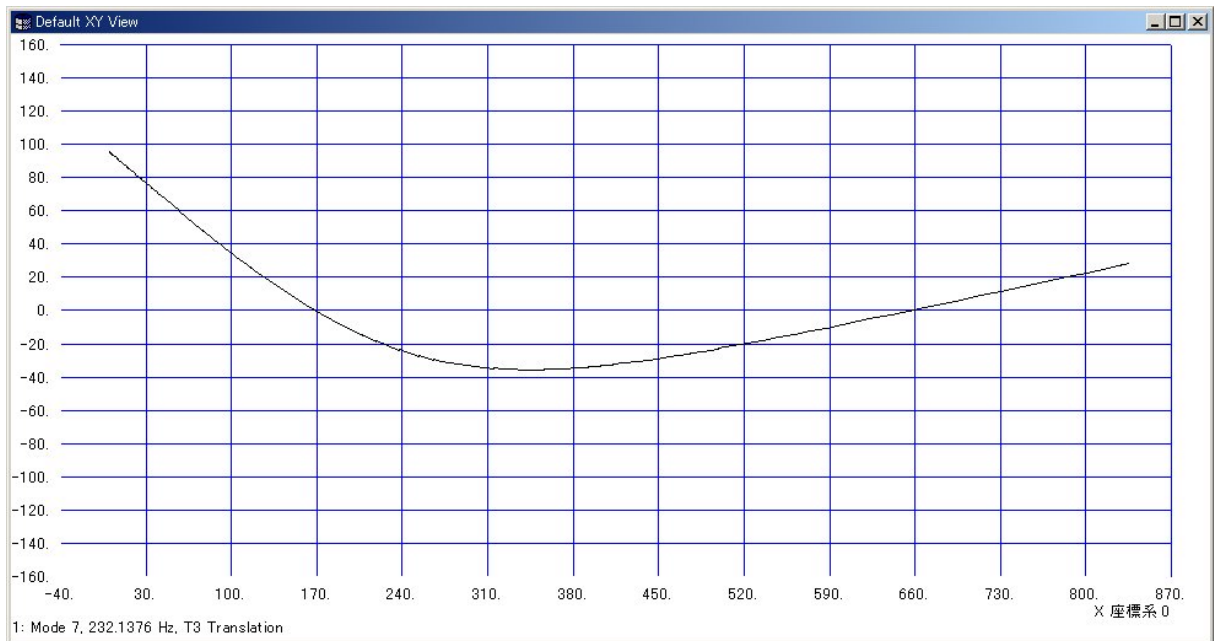
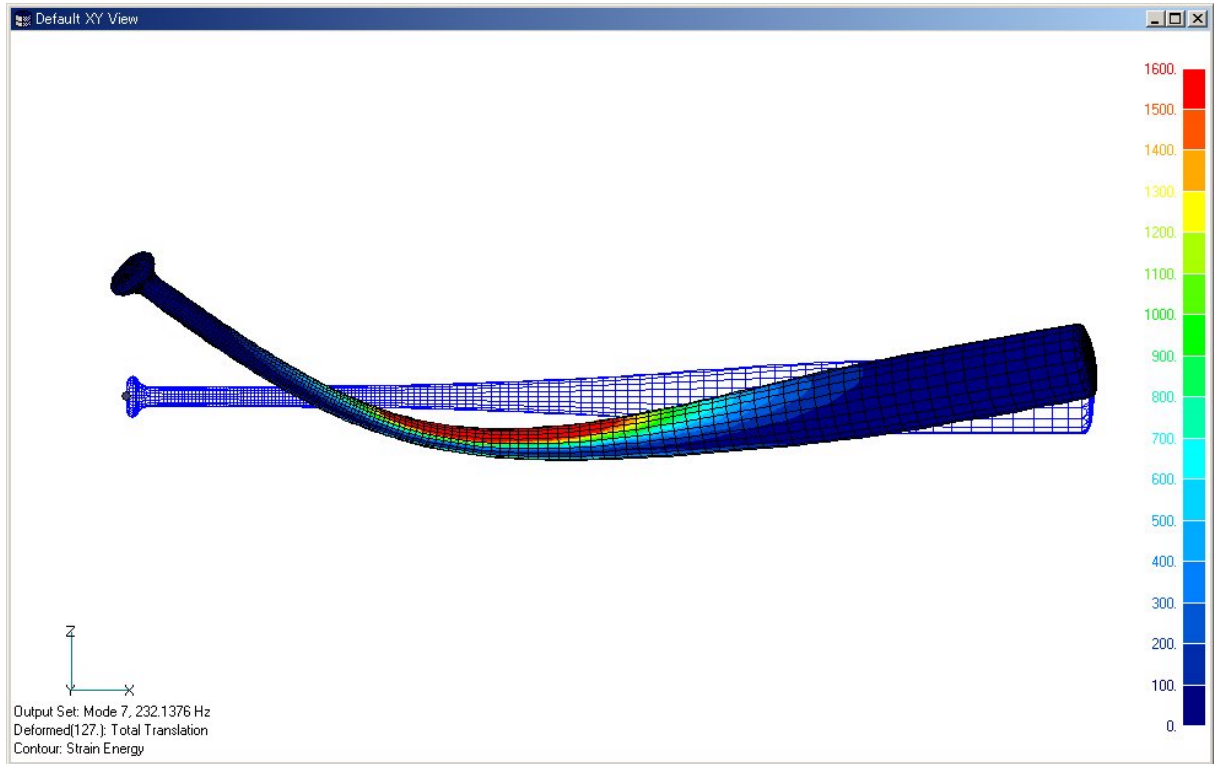


図 4-4-22 シェル要素による解析結果（モード7 232.1 [Hz]）

上図は変形モードをひずみエネルギーによるコンター表示したもの、下図はX軸に沿った各節点の出力ベクトルの縦軸方向（ここではZ軸）の大きさをプロットした線図である。ただし、出力ベクトルの大きさは相対変位であり数値の絶対値は評価対象にはならない。モード7および8の振動モードは、上図のような1次曲げである。



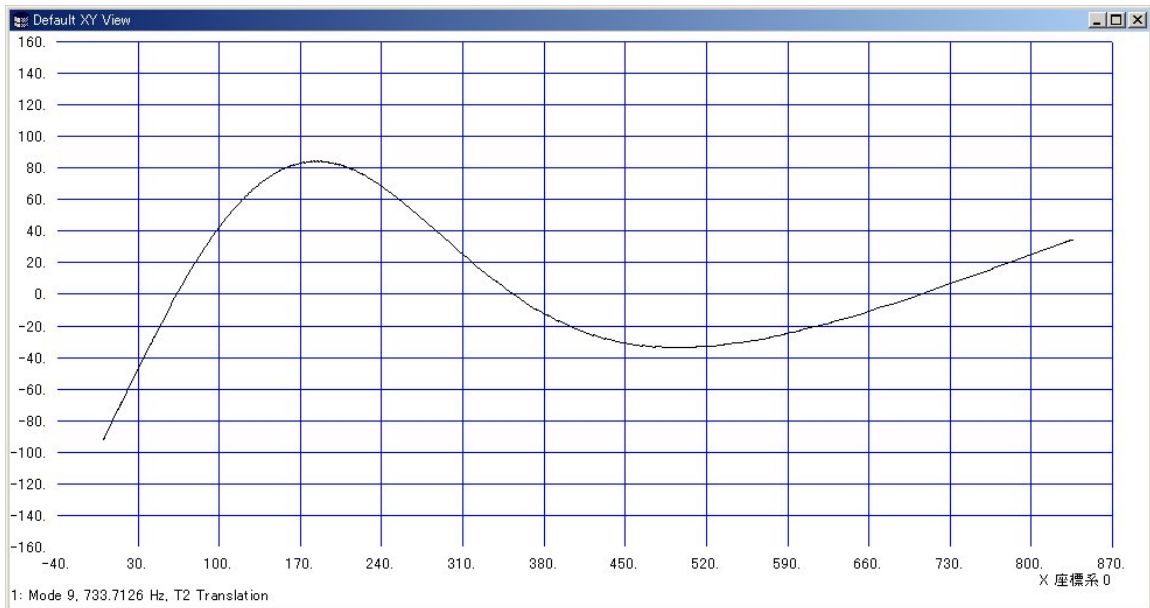
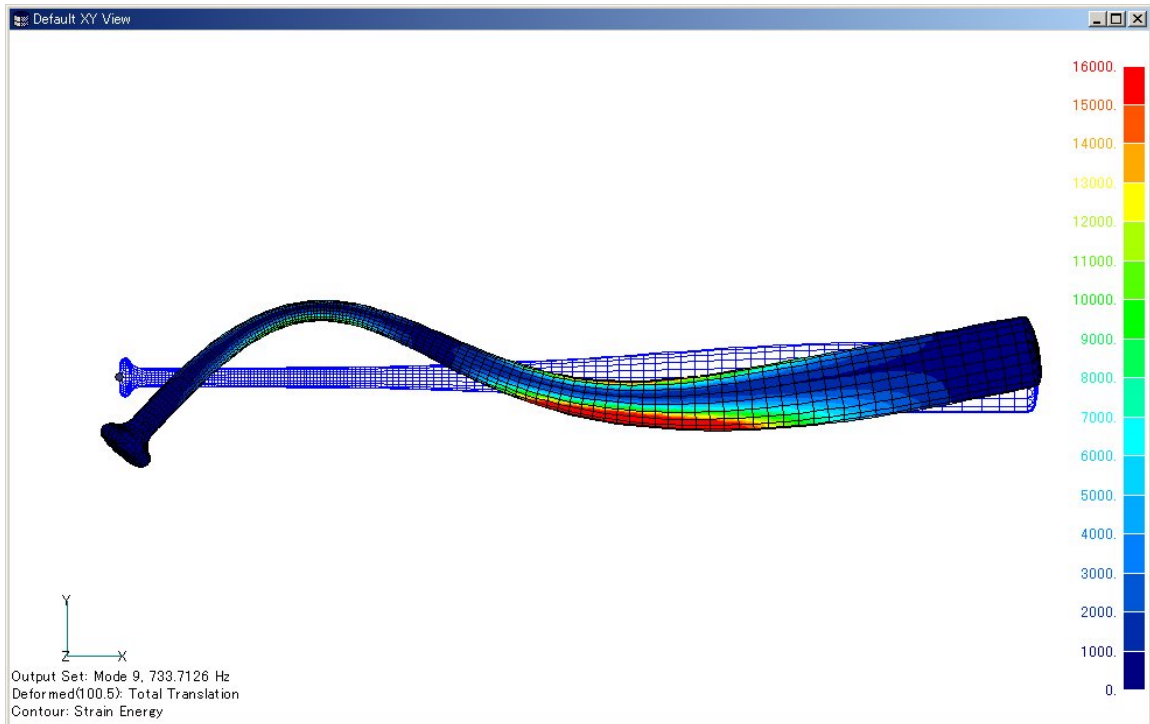


図 4-4-23 シェル要素による解析結果（モード9 733.7[Hz]）

モード 9 および 10 の振動モードは、上図のような 2 次曲げである。  
 グリップエンド部が大きく見えるのは、曲げにより丸い断面が縦長に変形しているため正面から見ると膨らんで見える。



グリップエンド部の断面

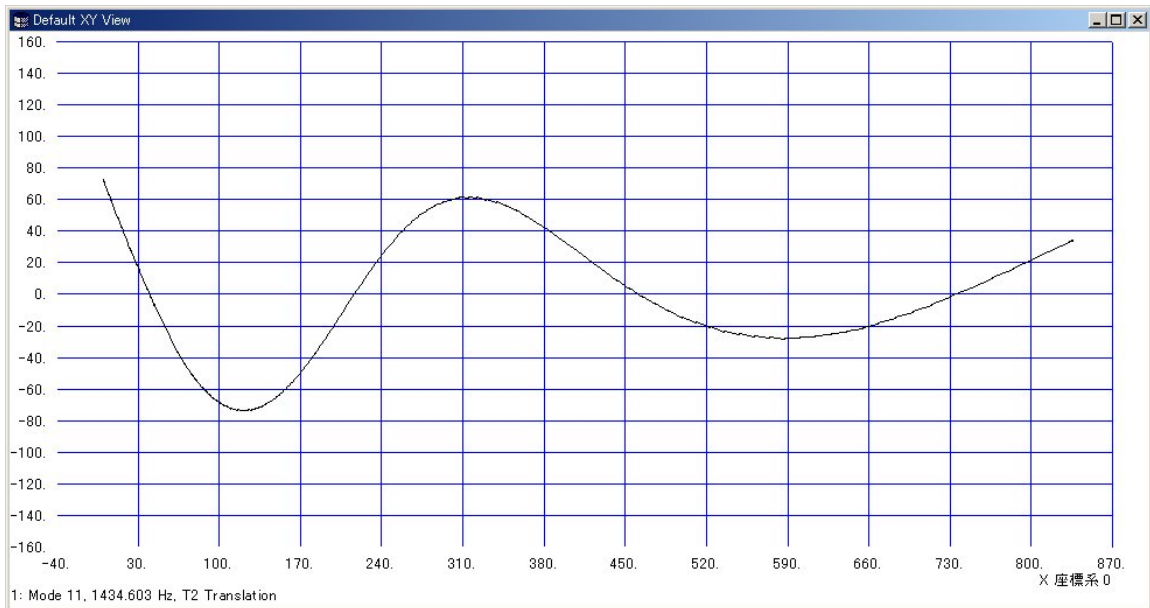
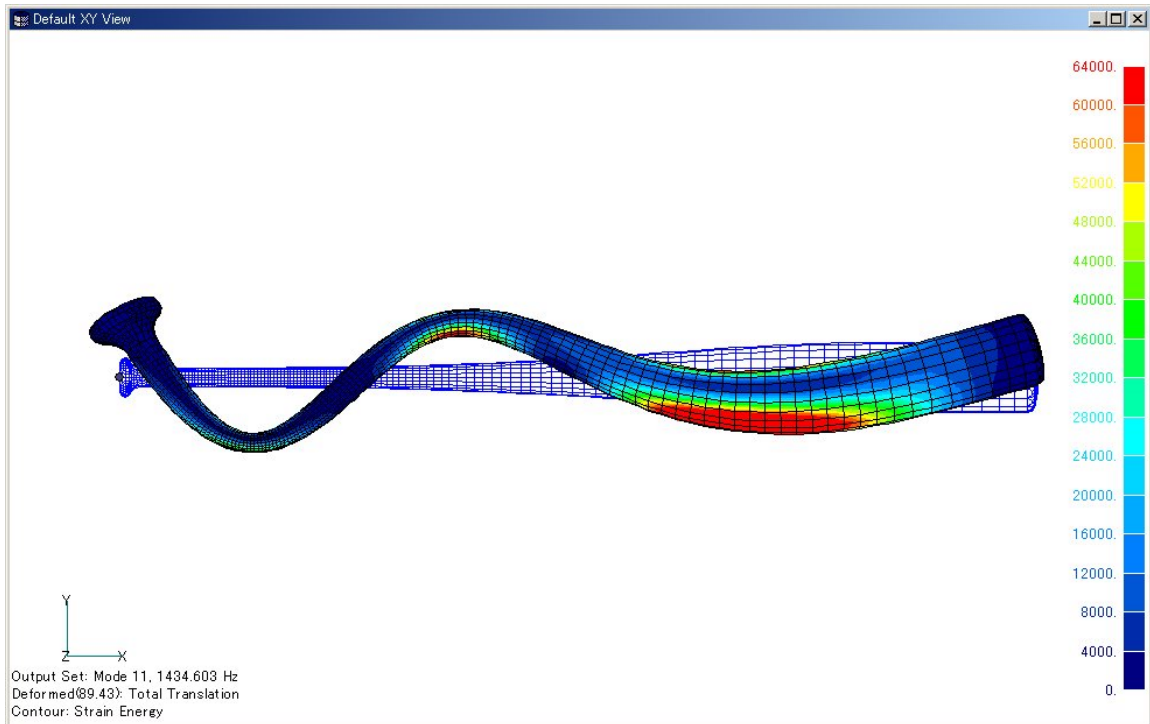


図 4-4-24 シェル要素による解析結果（モード11 1434.6[Hz]）

モード11および12の振動モードは、上図のような3次曲げである。  
 グリップエンド部が大きく見えるのは、曲げにより丸い断面が縦長に変形しているため正面から見ると膨らんで見える。



グリップエンド部の断面

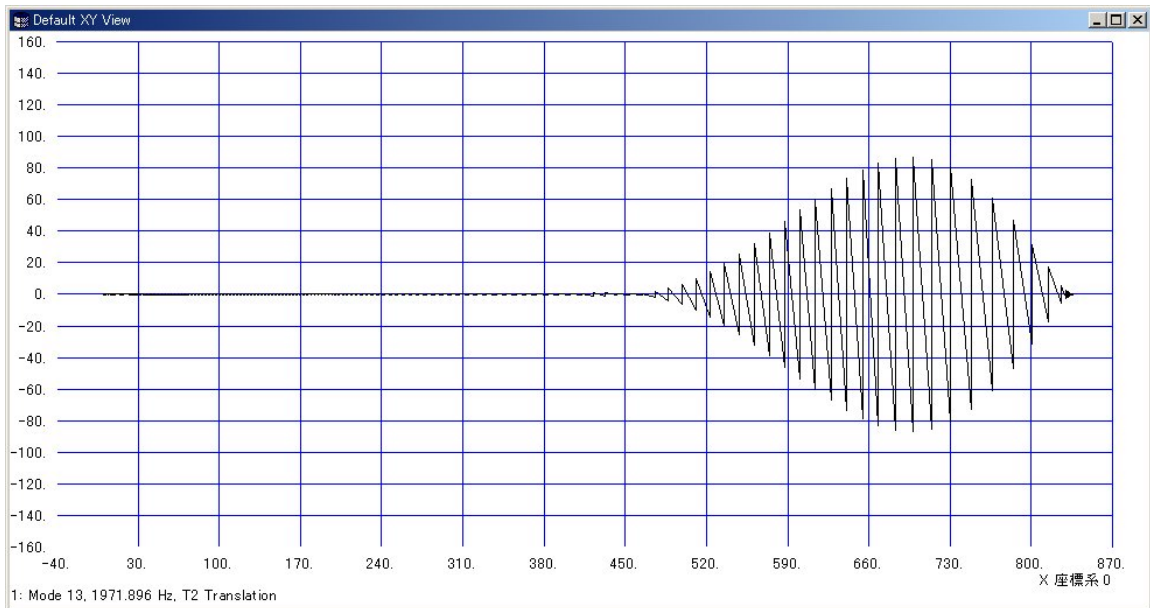
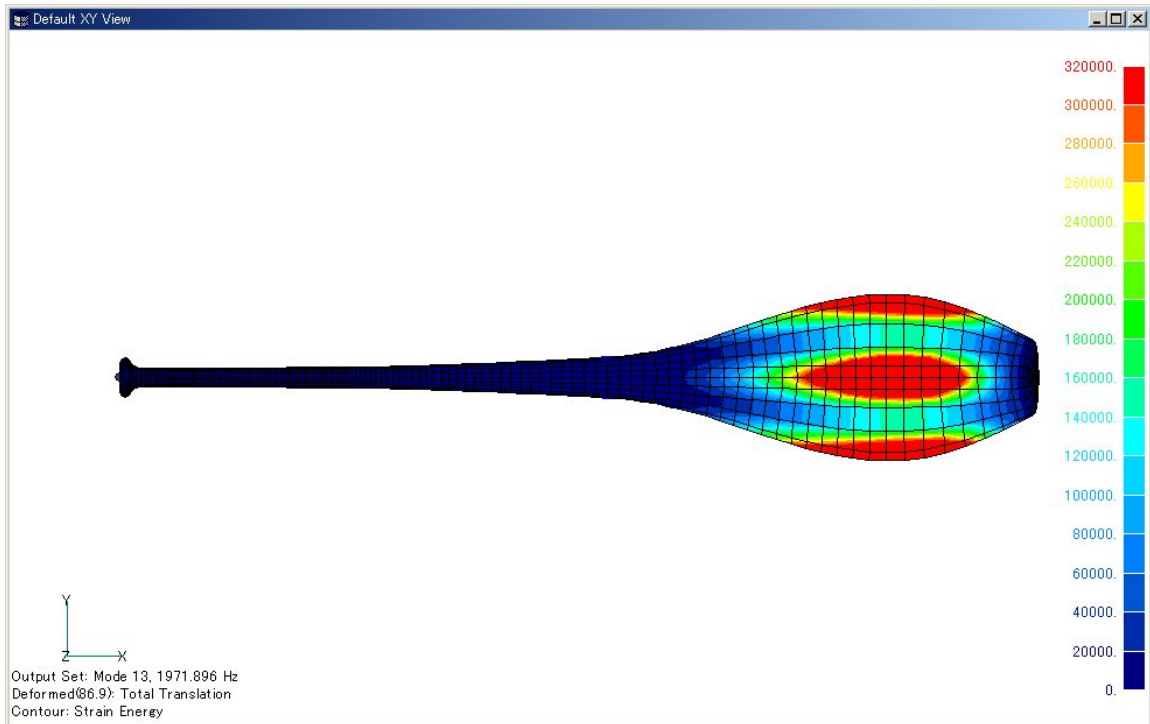
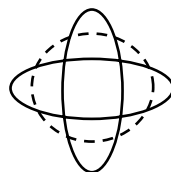


図 4-4-25 シェル要素による解析結果（モード13 1971.9[Hz]）

モード13 および14 の振動モードは、バットの太径部分の丸い断面が縦横交互に楕円状に変形する膜振動のようなモードである。



バット太径部の断面

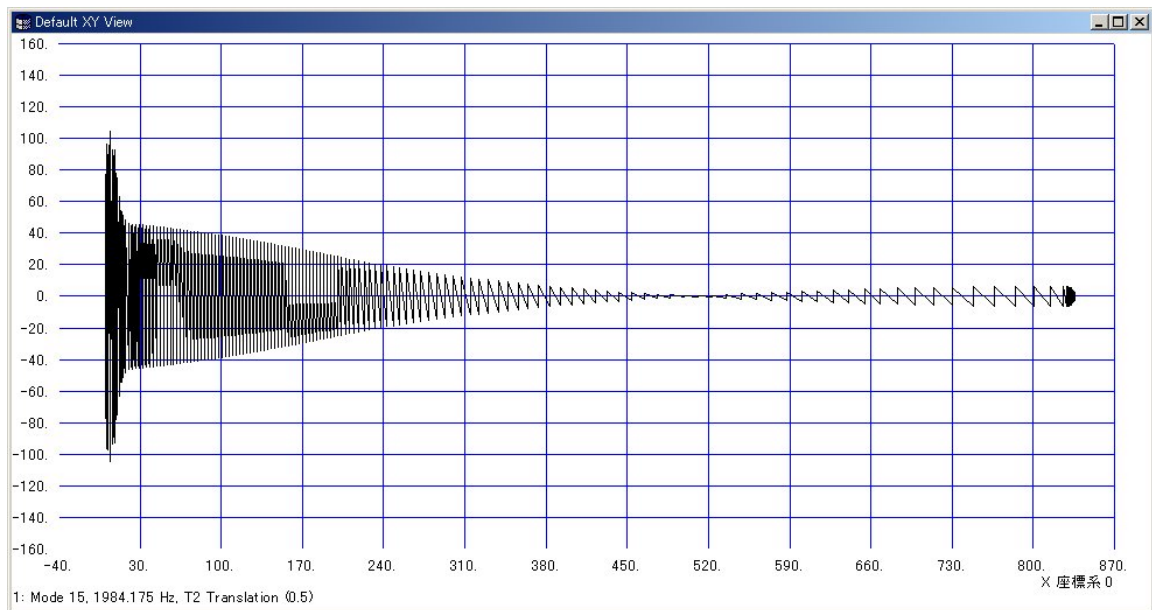
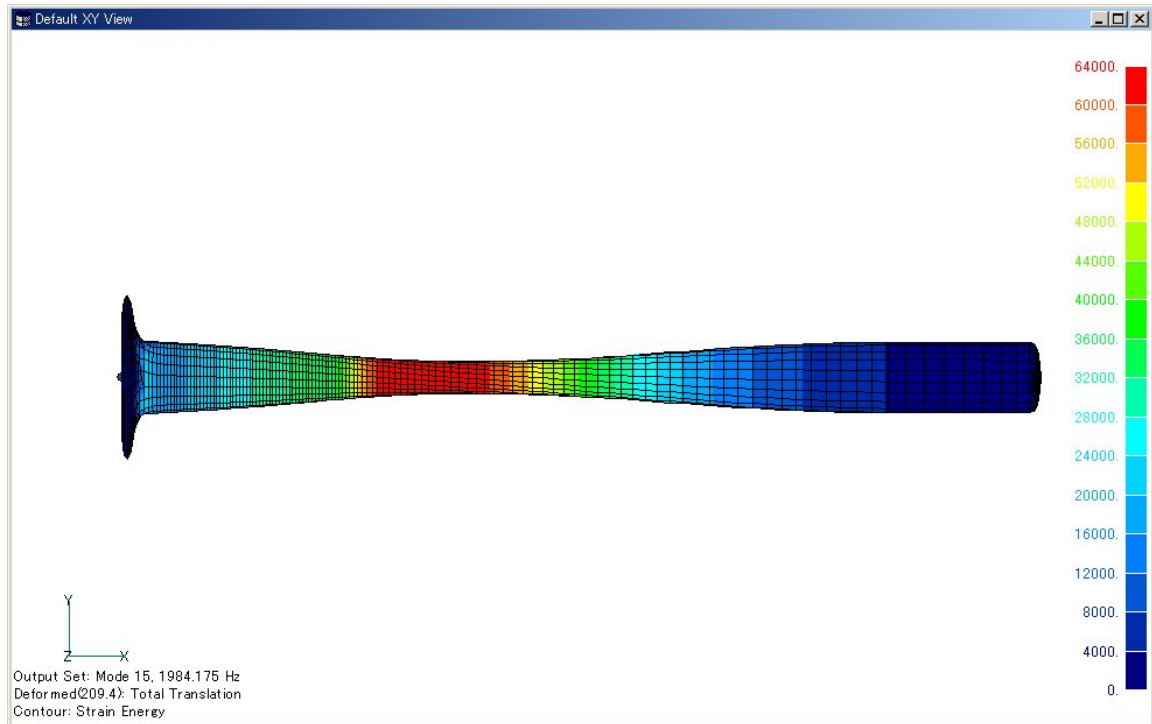
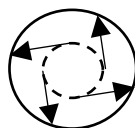


図 4-4-26 シェル要素による解析結果（モード15 1984.1[Hz]）

モード 15 の振動モードは、バット小径部(グリップ部)のねじり振動である。グリップ部が膨らんだように見えるのは、グリップ部断面の回転方向の変位を拡大して表示しているためである。



グリップエンド部の断面

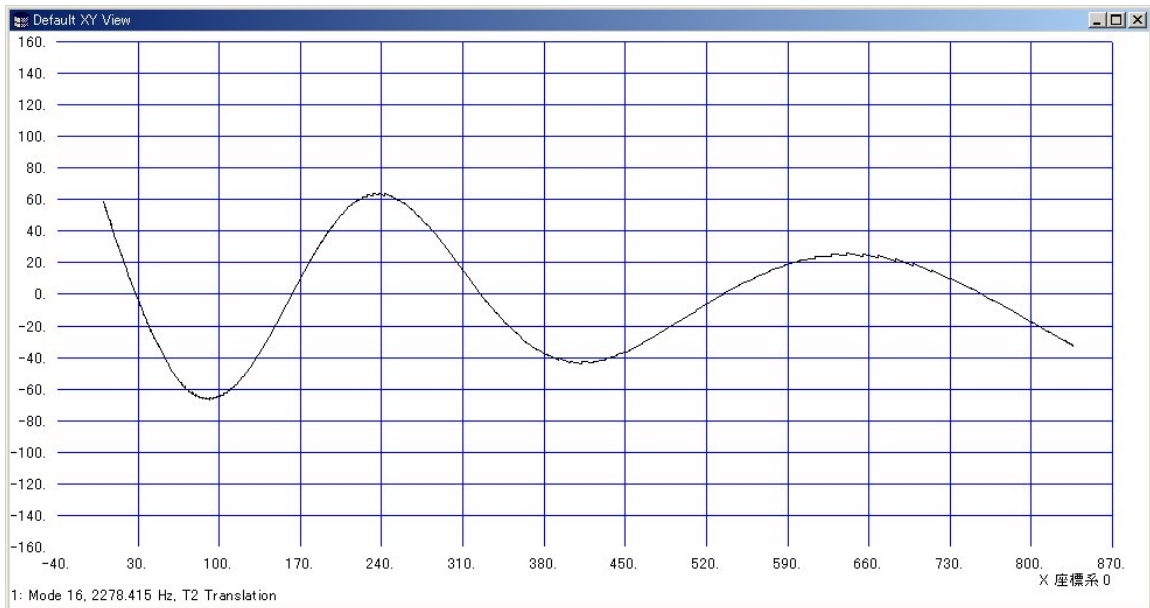
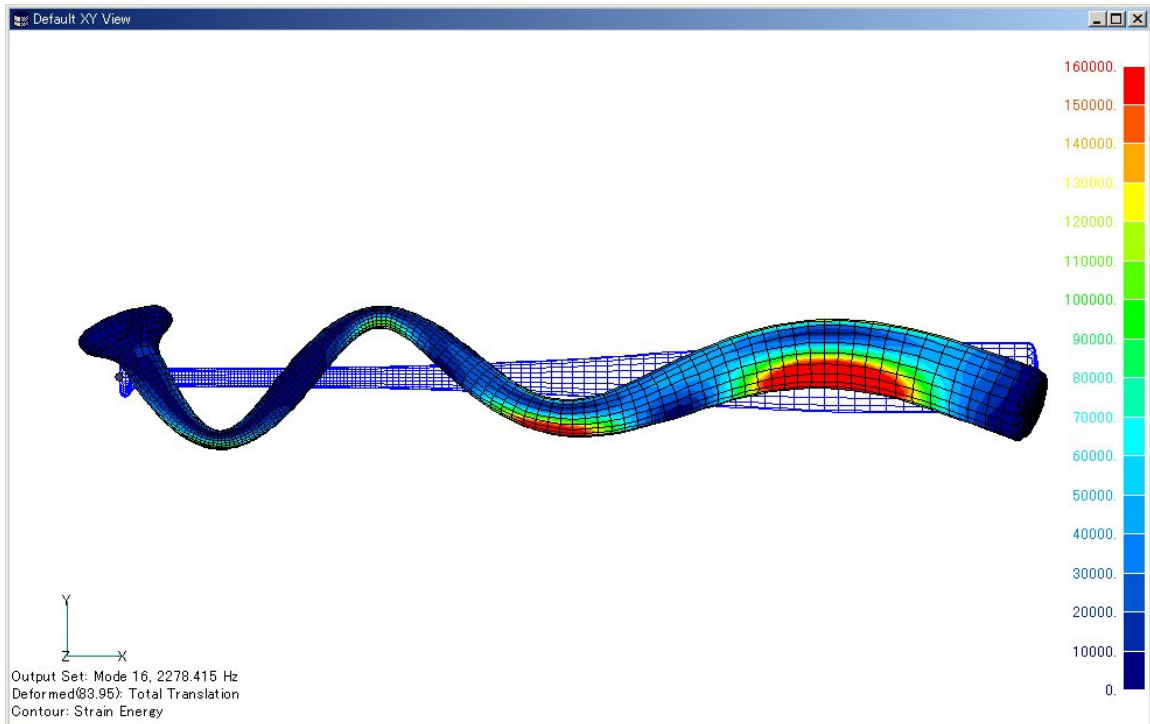


図 4-4-27 シェル要素による解析結果（モード16 2278.4[Hz]）

モード 16 および 17 の振動モードは、上図のような 4 次曲げである。  
 グリップエンド部が大きく見えるのは、曲げにより丸い断面が縦長に変形しているため正面から見ると膨らんで見える。



グリップエンド部の断面

#### 4-4-6 考察

(1) 考察として、前項で解析したバットモデルでは、特にソリッドモデルでのメッシュ分割の対称性が悪く同じモードでの振動数のばらつきがあるため、メッシュ分割をさらに細かくしたモデルでの解析を行った。その結果を以下の表 4-4-2 に示す。

表 4-4-2 メッシュ分割を細かくしたモデルの解析結果比較 (平均メッシュサイズ 5[mm])

モード No.	シェルモデル[Hz]	ソリッドモデル[Hz]	振動モード
Mode1	$-2.10 \times 10^{-5}$	$-1.57 \times 10^{-4}$	剛体モード
Mode2	$1.19 \times 10^{-5}$	$-9.63 \times 10^{-5}$	剛体モード
Mode3	$3.81 \times 10^{-4}$	$-3.50 \times 10^{-5}$	剛体モード
Mode4	$7.09 \times 10^{-4}$	$-2.15 \times 10^{-5}$	剛体モード
Mode5	$8.33 \times 10^{-4}$	$1.12 \times 10^{-3}$	剛体モード
Mode6	$1.67 \times 10^{-3}$	$1.34 \times 10^{-3}$	剛体モード
Mode7	233.3	231.0	1次曲げ
Mode8	233.3	232.0	1次曲げ
Mode9	736.0	733.2	2次曲げ
Mode10	736.0	734.5	2次曲げ
Mode11	1438.1	1437.1	3次曲げ
Mode12	1438.3	1438.6	3次曲げ
Mode13	—	1927.7	バット小径部のねじり
	1974.0	—	バット大径部の膜振動
Mode14	1974.0	1975.3	バット大径部の膜振動
Mode15	—	1978.0	バット大径部の膜振動
	2008.3	—	バット小径部のねじり
Mode16	2283.2	2283.4	4次曲げ
Mode17	2283.6	2289.2	4次曲げ

表 4-4-1 の解析結果と比較すると、シェルモデルとソリッドモデルの振動数の差、あるいはソリッドモデルにおける同じモードでの振動数のばらつきは小さくなったが、Mode13 および Mode15 に見られるバット小径部のねじりモードについては、ソリッドモデルでは Mode13 の 1927.7[Hz] となるが、シェルモデルでは Mode15 の 2008.3[Hz] となっている。これはおもにメッシュ形状の違いによるところが大きいと考えられ、このような局所的な振動モードにおける両者のばらつきが大きい。

(2) 次にバットの板厚を 2.6[mm]一定としたモデルとバット現物の板厚変化をできるだけ忠実に反映したモデルでの解析結果を以下の表 4-4-3 に示す。モデルはソリッドモデルで平均メッシュサイズ 5[mm]である。バット現物の板厚はおおよそ、先端部 2.1[mm]、中央部 2.7[mm]、グリップ部 2.5[mm]となっている。なお、解析ソフトはここでは ANSYS DesignSpace7.1 を使用した。

表 4-4-3 バットの板厚一定モデルと板厚変化を反映したモデルでの解析結果

モード No.	板厚一定(t2.6) モデル[Hz]	板厚変化反映 モデル [Hz]	振動モード
Mode1	0.0	0.0	剛体モード
Mode2	0.0	0.0	剛体モード
Mode3	0.0	0.0	剛体モード
Mode4	$1.49 \times 10^{-3}$	$1.14 \times 10^{-3}$	剛体モード
Mode5	$2.70 \times 10^{-3}$	$2.07 \times 10^{-3}$	剛体モード
Mode6	$4.53 \times 10^{-3}$	$3.37 \times 10^{-3}$	剛体モード
Mode7	232.4	234.1	1次曲げ
Mode8	232.9	234.1	1次曲げ
Mode9	738.5	754.8	2次曲げ
Mode10	738.8	755.0	2次曲げ
Mode11	1445.0	1477.0	3次曲げ
Mode12	1446.0	1477.0	3次曲げ
Mode13	1914.8	1875.8	バット小径部のねじり
Mode14	2079.7	1975.6	バット大径部の膜振動
Mode15	2090.9	1975.8	バット大径部の膜振動
Mode16	2297.1	2341.3	4次曲げ
Mode17	2297.8	2341.7	4次曲げ

板厚一定モデルと板厚変化反映モデルの解析結果を比較すると、曲げモードにおいて、後者のほうが前者より振動数が高めに出ており板厚変化の影響が現われているが、振動モードには大きな変化はない。Mode13~Mode15に見られるような局所的な振動モードでは、逆に前者のほうが後者より振動数が高くなっている。表 4-4-2 と比較してみても、特にこのような局所的な振動モードにおけるメッシュの形状によるばらつきやわずかな板厚変化の振動数への影響が大きい。

以上のように固有振動数は、バットのような軸対象モデルではメッシュ分割が粗いと形状や分割の対称性が悪いため同じモードでの振動数のばらつきが大きく、特に高次の Mode13~15 の局所的な振動モードに対してはシェル要素とソリッド要素の違いや分割形状により振動数の差が大きく不安定である。これらを改善するには、計算時間は増大するがメッシュ分割をもっと細かくする必要がある。

また、第3章で行った実験値と比較すると、解析による計算値のほうが若干高めとなっている。これは、解析モデルでは金属バットを板厚一定(2.6[mm])でモデル化しているのに対し、実物の板厚は2.6[mm]より薄い部分が見られることや、内部のスポンジ状のものを解析では省略していること、またヤング率や質量密度など材料物性値の違いなども影響していると考えられる。

このように解析においてもモデル化や解析条件に様々な誤差要因が含まれるため、解析結果と実験結果を十分に考察し評価する必要がある。また、解析結果を実験結果と合わせるために色々とモデル化の条件や物性値などを変更し、整合取りを行う努力も必要である。このようなノウハウを蓄積していくことが、解析技術を確立し次の解析に活かしていくためには重要なことである。

MSC Nastran for Windows は、米国 MSC 社の登録商標です。

SolidWorks は、米国 SolidWorks 社の登録商標です。

Ansys Design Space は、米国 Ansys 社の登録商標です。

COSMOS は、米国 SRAC 社(現、SolidWorks 社)の登録商標です。

#### 4章の参考文献

- [1] 長松昭男, 1993, モード解析入門, コロナ社
- [2] 社団法人日本機械学会, 2002, JASME テキストシリーズ 振動学
- [3] 平井一男・水田洋司, 1994, 耐震工学入門, 森北出版
- [4] 鈴木浩平, 2004, 振動の工学, 丸善
- [5] 日本エムエスシー株式会社, 1998, MSC/NASTRAN for Windows ユーザーズガイド