

1-6-4 台座のインパルス応答の測定

(1) 台座のベースの固有振動数の測定

台座のベースの固有振動数は、ハンマーを用いてベースに衝撃を加え、そのインパルス応答から測定する。実際には、インパルス応答から図 1-6-16 のような減衰曲線えられるので、図のように周期を測定し、固有振動数を求める。

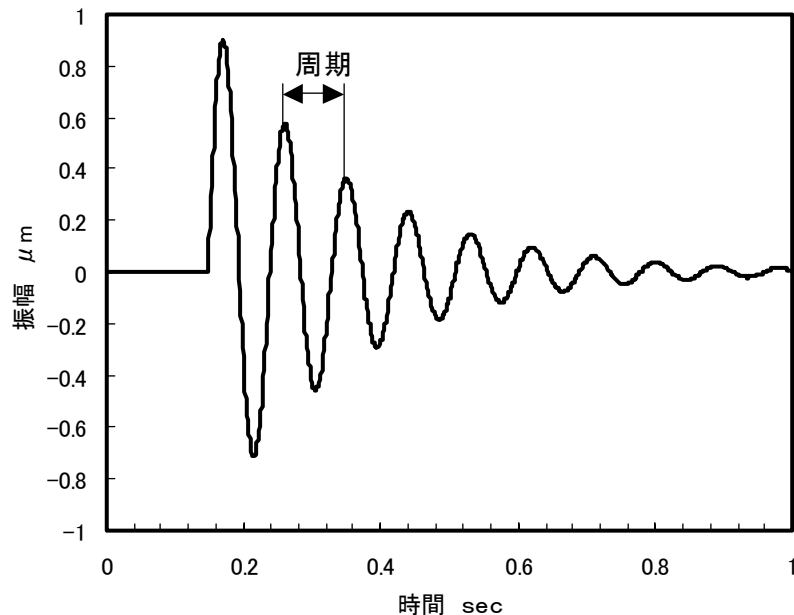


図 1-6-16 インパルス応答の出力波形

さらに、前項までに求めた慣性モーメントおよび静剛性を用いて、固有振動数を計算し、測定値と比較してみよう。

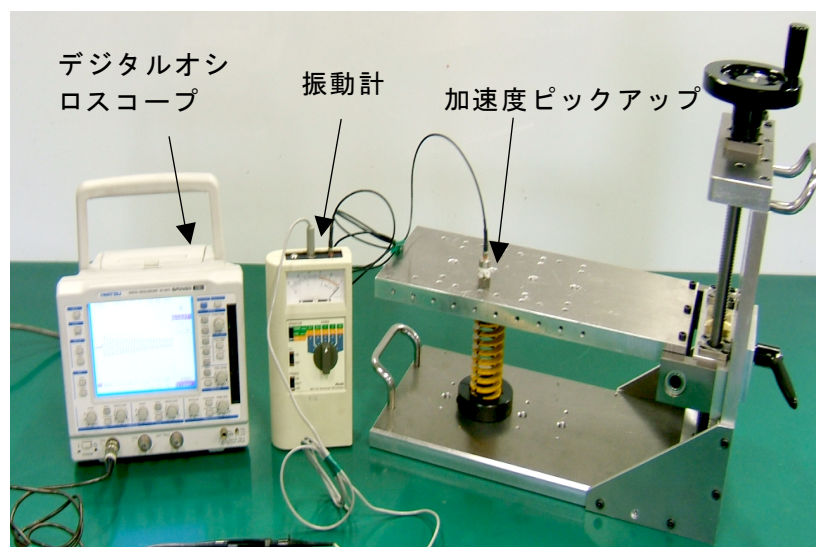


図 1-6-17 インパルス応答の測定装置

使用器具・工具

台座、振動計（加速度ピックアップ、リード線、出力接続コード）、
オシロスコープ（プローブ 1 本）プラスチックハンマ

測定準備

- 1) 図 1-6-17 のように加速度ピックアップ、振動計、デジタルオシロスコープ、振動装置を準備する。
- 2) 台座が水平になるよう上下ハンドルで調整し、クランプレバーで固定する。
- 3) ばねを取付け治具でしっかり固定する。
- 4) 台座のベース面上に加速度ピックアップをねじで固定する。
- 5) 図 1-6-18 を参考に加速度ピックアップ―振動計―デジタルオシロスコープの順で接続を行う。
- 6) 振動計の針が振り切れないようにレンジを最大にし、計測器に電源を投入する。

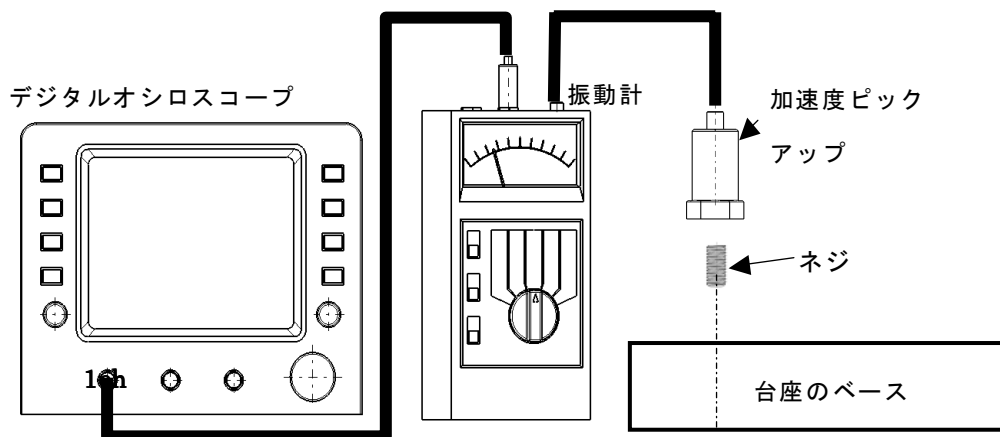


図 1-6-18 振動計の配線図

- 7) 振動計の測定モードを「変位」に設定する。台座に衝撃を加えると振動計が作動することを確認する。
- 8) 台座の固有振動数は最大で数十 Hz 程度なのでデジタルオシロスコープの時間レンジを測定系に合わせる。トリガは、「シングルモード」で、図 1-6-19 のような減衰波形が取れるように、台座を振動させながらトリガーレベルを調整する。

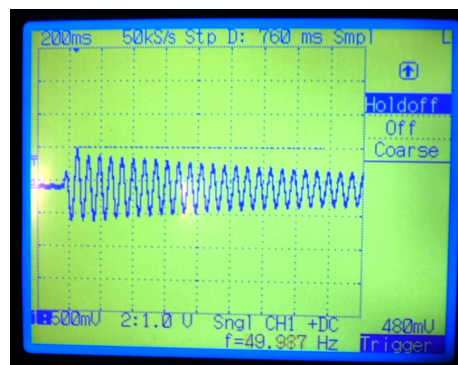


図 1-6-19 インパルス応答の出力波形

結果とまとめ

ばねの位置 (b の寸法) _____ [m]

表 1-6-3 インパルス応答の測定結果

回数	1 回目	2 回目	3 回目	4 回目	5 回目	平均値
周期 T[s]						

①固有振動数の測定値

$$f_d = \frac{1}{T} = \frac{1}{\quad\quad\quad} = \quad\quad\quad [\text{Hz}]$$

②理論固有振動数

$$f_d = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k \cdot b^2}{J_D}} = \quad\quad\quad [\text{Hz}]$$

ばね定数 (前段の測定結果から)

k _____ [N/m]

0 点まわりの台座の慣性モーメント (前段の計算方法参照)

J_D _____ [kgm²]

$$J_D = J_1 + J_2 = \frac{1}{3} m_b a^2 + m_2 b^2 = \frac{\quad\quad\quad}{3} + \quad\quad\quad =$$

1-6-5 振動パラメータの影響

振動のパラメータとして、慣性力に影響する質量、復元力に影響する剛性、粘性抵抗に影響する減衰係数の3つがある。一般に質量および剛性の増減は振動系の固有振動数に大きな影響をあたえ、減衰係数はコンプライアンスに影響が大きい。ここでは、実験装置の質量、剛性を変化させた時のインパルス応答の出力波形から固有振動数を同定し、質量および剛性と固有振動数の関係を調べる。

1 自由度の不減衰振動系の固有振動数は、

$$fn = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1-6-17)$$

で示される。したがって、固有振動数は剛性 k の 0.5 乗に比例し、質量 m の 0.5 乗に反比例することがわかる。

実験装置も同様に図 1-6-20 のように質量の位置とばねの取り付け位置を一致させ、微小な自由振動をさせると、台座の回転運動を並進運動と見なすことができる。したがって、実験装置の固有振動数も同様に次のように示される。

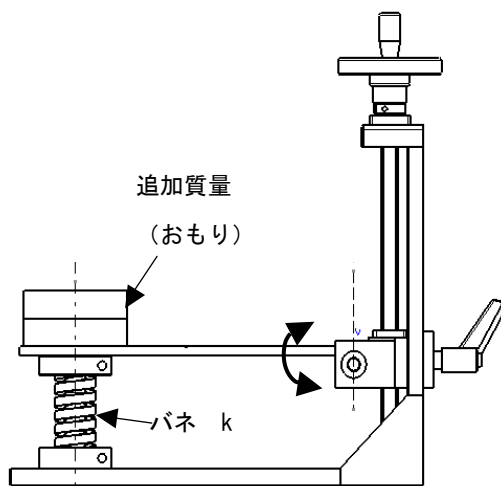


図 1-6-20 実験装置
(振動パラメータの影響)

並進運動に近似した場合

$$fn = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m_{eq} + m_p}} \quad (1-6-18)$$

ただし

k : ばね定数

m_{eq} : 台座部の等価質量

m_p : 付加質量

図 1-6-21 のように質量の位置 (c) とばねの位置 (b) が異なる場合は、固有振動数は次式となる

$$fn = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_p \cdot c^2}{J_{eqc} + m_p \cdot c^2}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_p}{m_{eqc} + m_p}} \quad (1-6-19)$$

ただし

k_p : P 点の静剛性

$$k_p = k \frac{b^2}{c^2} \quad k : \text{ばね定数}$$

m_{eqc} : 台座部の等価質量

$$m_{eqc} = \frac{1}{c^2} J_D$$

J_D : 台座部の慣性モーメント

m_P : おもりの質量

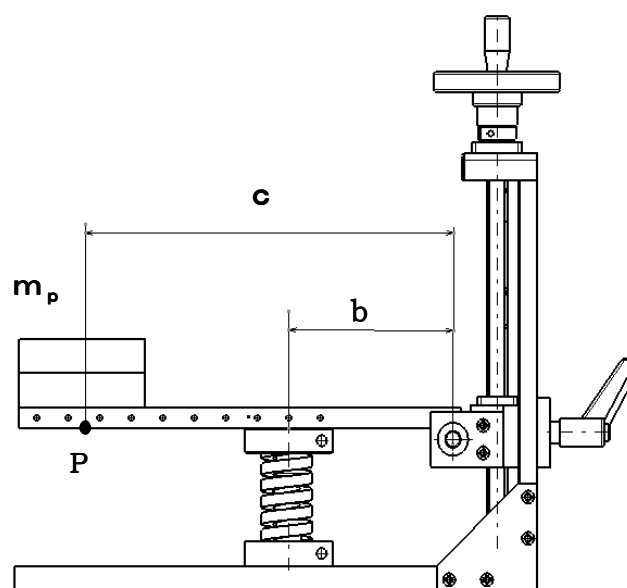


図 1-6-21 実験装置

使用器具・工具

台座、振動計（加速度ピックアップ、リード線、）、オシロスコープ、プラスチック重り、ばね、台ばかり

(1) 質量パラメータの影響

ここでは質量の変化に伴う固有振動数の影響を調べる。固有振動数の測定は、インパルス応答の出力波形を用いて導出する。

測定

実験に用いる装置の概要を図 1-6-22 に示す。実験では、図中の台座上のおもりを変化させたときのインパルス応答を観察し、固有振動数を求める。ただし、おもりは、おもりの重心位置とばね位置とが一致するように載せる。固有振動数の導出は、前項の台座のインパルス応答の測定方法と同様である。

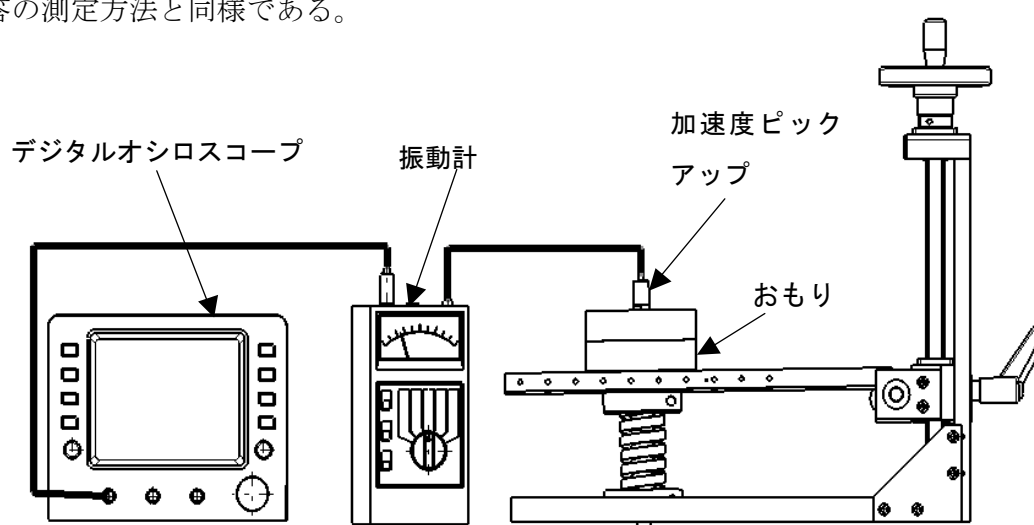


図 1-6-22 振動計の配線図

測定結果とまとめ

ばね定数 k : _____ [N/m]

ばねの位置 (b 寸法) : _____ [mm]

荷重位置 (c 寸法) : _____ [mm]

P 点の静剛性 k_p : _____ [N/m]

$$k_p = k \left(\frac{b}{c} \right)^2 = \quad \times \left(\frac{\quad}{\quad} \right)^2 =$$

m_{eqc} : 台座部の等価質量 : _____ [kg]

$$m_{eqc} = \frac{J_D}{c^2} = \frac{\quad}{\quad} =$$

測定結果と理論値の比較

表 1-6-4 測定結果

おもりの質量 m_p	[kg]				
測定周期 T	[s]				
測定固有振動数 $f_n = 1/T$	[Hz]				
等価質量 $m_{eqc} + m_p$	[kg]				
理論固有振動	[kg]				

理論固有振動数

$$fn = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m_{eqc} + m_p}}$$

(2) 剛性パラメータの影響

ここでは、剛性が変化した場合の固有振動数の変化を調べる。



図 1-6-23 実験用ばね

測定

実験の測定系は、前項の質量パラメータの影響を調べたものと同じものを用いる。したがって、実験装置は図 1-6-22 に示すものとなる。ただし、実験では、台座上のおもりは一定で、図 1-6-23 に示すばねを交換して、インパルス応答の出力から固有振動数を導出する。なお、おもりはおもりの重心がばね位置に一致するようにする。

測定結果とまとめ

a. ばね定数の測定結果

表 1-6-5 ばね定数の測定結果

	ばね 種類	ばね長 さ[mm]	荷重－変位の測定結果				ばね定数 [N/m]
			2.5 [kg]	5 [kg]	7.5 [kg]	10 [kg]	
1			[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	
2			[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	
3			[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	
4			[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	
5			[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	
6			[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	
7			[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	

b. 固有振動数の測定結果

ばねの位置 (b 寸法) : _____ [mm]

荷重位置 (c 寸法) : _____ [mm]

おもりの質量 m_p : _____ [kg]

台座部の等価質量 m_{eqc} : _____ [kg]

表 1-6-6 測定値と理論値の比較 (ばね定数の影響)

ばねの種類							
ばね定数 [N/m]							
周期 [s]							
測定固有振動数 [Hz]							
理論固有振動数 [Hz]							

(3) 荷重位置 (c) または、ばね位置 (b) の影響

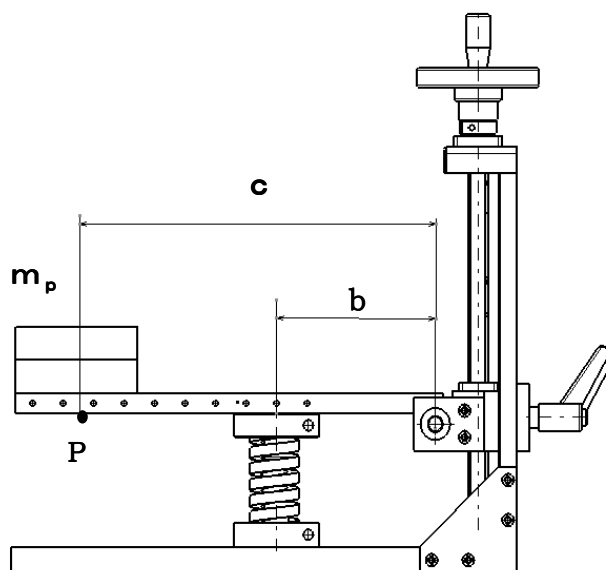


図 1-6-24 実験装置

本実験装置は、構造上ばね定数または質量が一定でもその作用位置が変化すると、静剛性
が変化し、固有振動数が変化する。そこで、その作用位置と固有振動数の関係を調べてみる。

測定準備

実験は、図 1-6-24 に示すばね位置 (b) を一定にして、荷重位置 (c) を変化させて、前
項と同様にインパルス応答から固有振動数を同定する。さらに推定の静剛性を求め、固有振
動数を計算して、測定値と比較する。実験方法は図 1-6-22 と同様に行う。

測定結果とまとめ

使用ばねの種類 _____

ばね定数 : _____ [N/m]

J_D : 台座部の慣性モーメント : _____ [kgm²]

表 1-6-7 測定結果と理論値

荷重位置 c 寸法	[m]						
おもりの質量 m_p	[kg]						
ばねの位置 b 寸法	[m]						
周期 T	[s]						
測定固有振動数	[Hz]						
推定静剛性 $k(b/c)^2$	[N/m]						
等価質量 $J_D/c^2 + m_p$	[kg]						
理論固有振動数	[Hz]						

1-6-6 周波数応答

(1) 振動装置の固有振動数

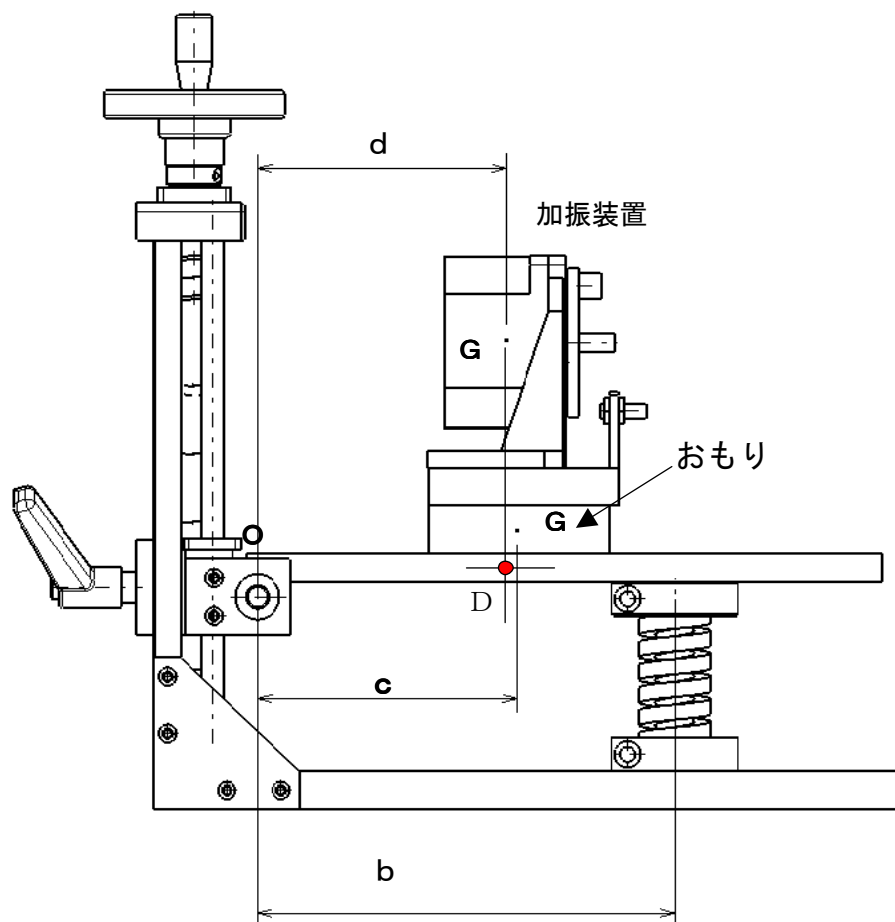


図 1-6-25 周波数応答の測定

図 1-6-25 に台座に加振装置を載せた状態を示す。固有振動数 f_m は次式で示される。

$$f_m = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k \cdot b^2}{m_m \cdot d^2 + m_w \cdot c^2 + J_D}} \quad (1-6-20)$$

ただし m_m : 加振器の質量 d : 0 点加振器までの距離
 m_w : おもりの質量 c : 0 点からおもりまでの距離
 J_D : 台座の慣性モーメント b : 0 点からばねまでの距離

さらに加振器の重心位置 D 点の静剛性を k_d 、等価質量 M_d とすると、固有振動数 f_m は次式で示される。

$$f_m = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_d}{M_d}} \quad (1-6-21)$$

ただし $k_d = k(b/d)^2$
 $M_d = m_m + m_w(c/d)^2 + J_D/d^2$

使用器具・工具

台座、振動計（加速度ピックアップ、リード線）、オシロスコープ、プラスチック重り、ばね、台ばかり

(2) 振動パラメータの測定

a. 質量の測定

①加振装置の質量 m_m _____ [kg]

0 点から質量位置 D 点までの距離 (d) _____ [m]

②おもりの質量 m_w _____ [kg]

0 点からおもり位置の距離 (c) _____ [m]

③台座の等価質量 $m_{eq} = J_D / d^2 =$ _____ [kg]

台座の慣性モーメント J_D _____ [kg・m²]

$$J_D = J_1 + J_2 = \frac{1}{3} m_b a^2 + m_2 b^2 = \frac{\quad}{3} + \quad =$$

④D 点

総等価質量 $M_d = m_m + m_w (c/d)^2 + m_{eq} = \quad + \quad + \quad =$ _____ [kg]

b. 静剛性の測定

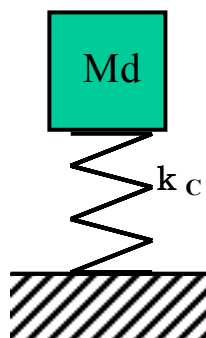


図 1-6-26

振動モデル

① D 点の静剛性 $k_c = k(b/d)^2 =$ _____ [N/m]

ばねの種類 _____ ばね定数 k _____ [N/m]

0 点からばね位置の距離 (b) _____ [m]

(3) 固有振動数の推定

$$f_m = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_d}{M_d}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\quad}{\quad}} = \quad \text{Hz}$$

加振周波数内に固有振動数が存在するためには、この振動数 f_m が 3Hz から 33Hz の間にある必要がある。

(4) アンバランス量の測定

a. 遠心力とアンバランス量の関係

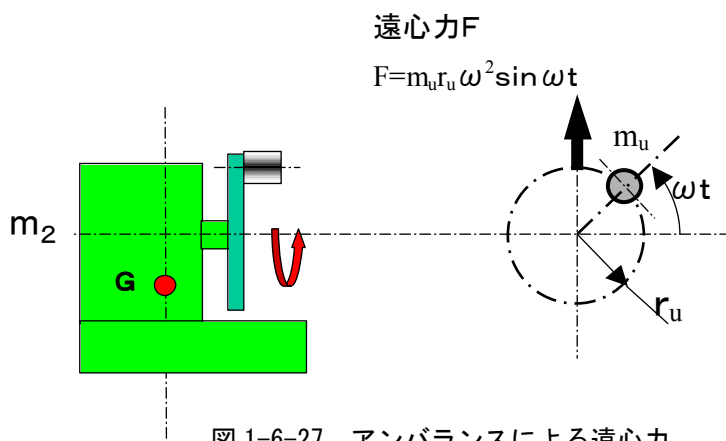


図 1-6-27 アンバランスによる遠心力

アンバランスのある円盤を回転すると、遠心力が発生する。その遠心力 F_u は偏心質量 m_u 、偏心半径 r_u および回転体の角速度 ω の 2 乗に比例する。したがって、遠心力は次式で示される。

$$F_u = r_u \cdot \omega^2 \cdot m_u \quad (1-6-22)$$

さらに上下方向の遠心力は、

$$F_{ux} = r_u \cdot \omega^2 \cdot m_u \sin(\omega t) \quad (1-6-23)$$

となる。

b. アンバランスの回転質量 m_u

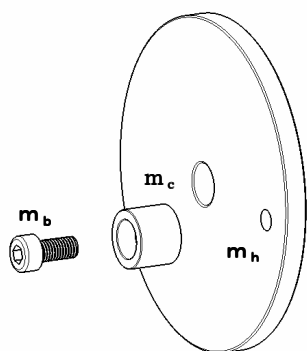


図 1-6-28 アンバランスの構造

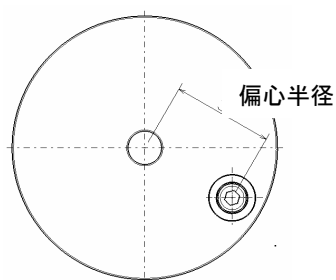


図 1-6-29 偏心半径

$$m_u = m_b + m_c - m_h = \quad + \quad - \quad = \quad [\text{kg}]$$

m_b : ボルトの質量

_____ [kg]

m_c : カラーの質量

_____ [kg]

m_k : 穴の質量

_____ [kg]

c. 偏心半径 r_u [m]

(5) 実験装置の周波数応答の測定

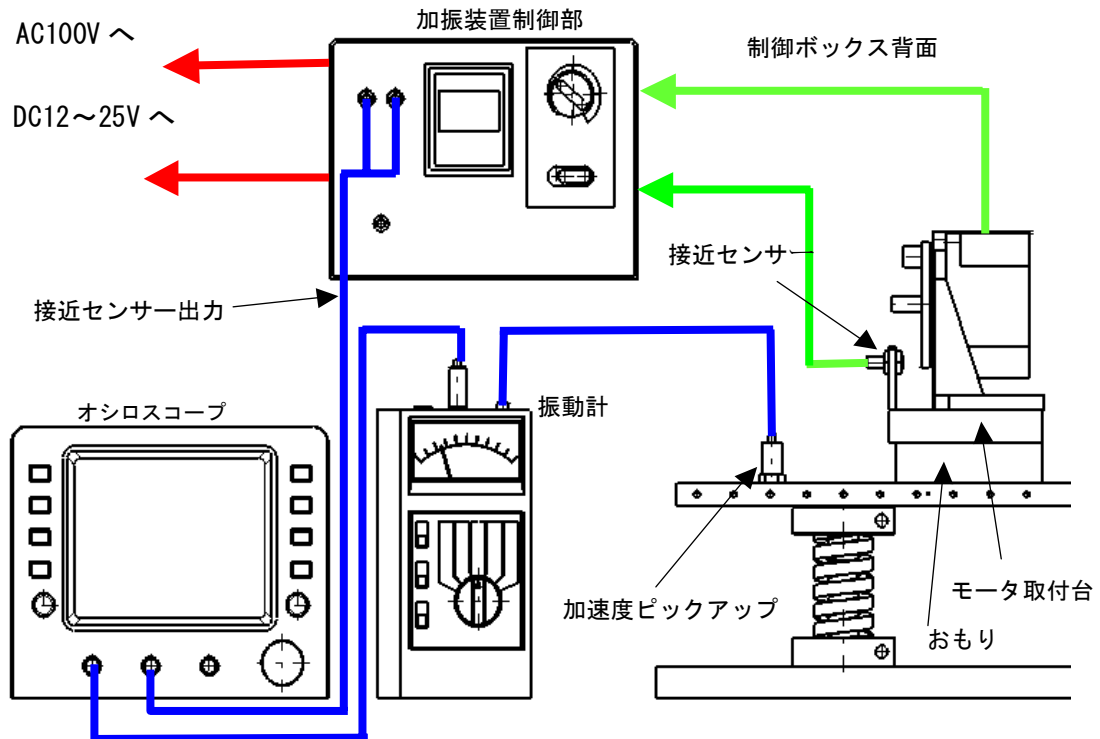


図 1-6-30 周波数応答の配線図

使用器具・工具

振動装置、加振装置、振動計（加速度ピックアップ、リード線）、オシロスコープ（プローブ 2 本）、直流電源、プラスチックハンマ、おもり、ばね、台ばかり

測定準備

- 1) ばねを選定し、振動装置に取り付ける。質量追加用のおもりが必要ならば、ボルトで固定する。
- 2) アンバランスウェイトを加振装置にと取り付ける。重いウェイトを取り付けると過度に振動する可能性があるため、確認していない場合、軽いものを取り付けること。このときセンサーとウェイトが回転中衝突しないか確認し、ウェイトとセンサーの隙間は 1mm 程度になっているのを確認してください。
- 3) 台座に加振装置をボルトで固定する。なお、おもりを取り付けている場合、おもりの上面に加振装置をボルトで取り付ける。
- 4) 台座のベースが水平になるように上下ハンドルで調整し、クランプを行う。
- 5) 加速度ピックアップを台座に専用ねじで取り付ける。
- 6) 図 1-6-30 のように加振モータおよびセンサーと制御ボックス接続端子（背面）とを専用リード線で接続する。なお、加振装置の制御部のスイッチが OFF あることを確認し、モータ

の設定の回転数を最低にしておくこと。

7) 図 1-6-30 のように加速度ピックアップ、振動計、オシロスコープ、加振装置の配線行う。

8) AC100V、DC 電源を接続する。

9) オシロスコープ、振動計、センサー、実験装置の動作確認をする。なお、動作確認でモータを回転する場合、回転数低速で行うこと。

確認事項

- ① モータの回転表示
- ② 振動計が正しく作動している確認してください。モードは、「変位」で行うこと。
- ③ 図 1-6-31 のように加振モータを回転した場合、オシロスコープに振動波形とセンサーの動作波形が出力されていること。

測定

台座の加振周波数を変化させ、台座の振幅の変化と位相差（力と変位）を測定する。具体的には、加振モータの回転数を 100～2000rpm の間で変化させ、その回転数での台座の振幅の変化を振動計で測定する。同時にその振動波形と接近センサーの出力波形が図 1-6-31 のようにオシロスコープの画面に描画されるのでの位相差を測定する。実際の測定例を図 1-2-31 と図 1-6-32 に示す。

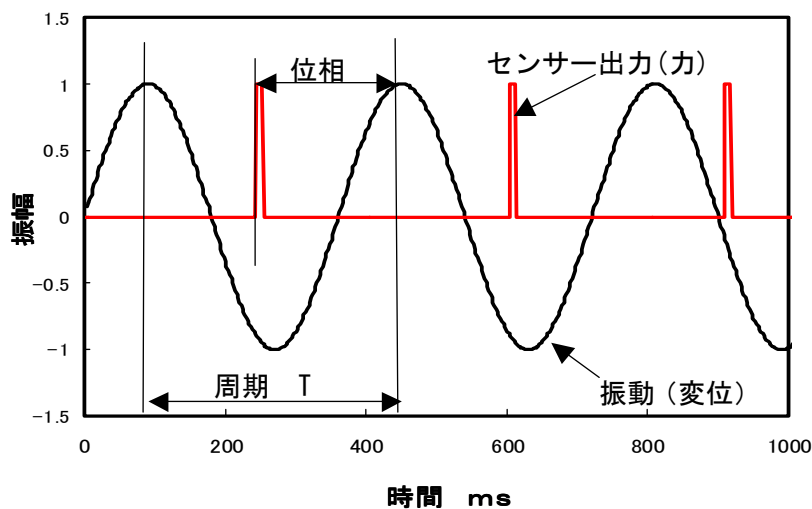


図 1-6-31 出力波形

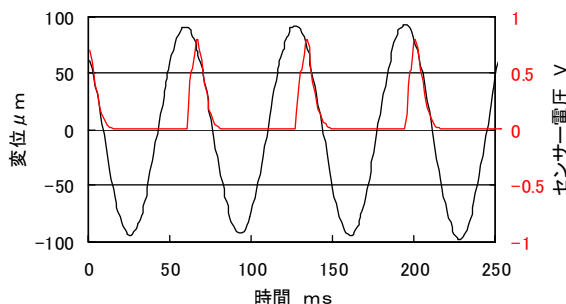


図 1-6-32 出力波形
(固有振動数以下)

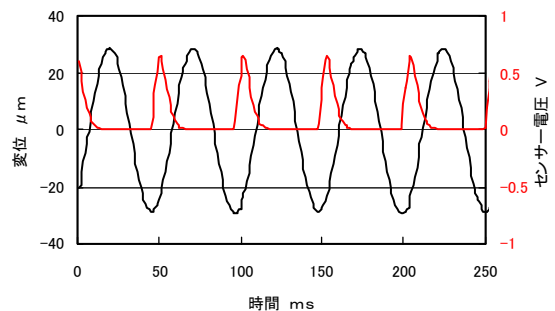


図 1-6-33 出力波形
(固有振動数以上)

測定結果とまとめ

測定結果をもとに表 1-6-8 のようにコンプライアンスおよび位相を算出し、図 1-6-34 のように周波数とコンプライアンスおよび位相差との関係をグラフにプロットする。さらに、図 1-6-25 の装置のインパルス応答から固有振動数を同定し、周波数応答と比較してみる。

アンバランス量 $m_u = \underline{\hspace{2cm}}$ kg 偏心半径 $r_u = \underline{\hspace{2cm}}$ m

表 1-6-8

測定値	回転数 n [min ⁻¹]						
	振幅（変位） A_m [μm]						
	周期 T [s]						
	位相 δ [s]						
計算値	角速度 ω [rad]				.		
	遠心力 F_u [N]						
	コンプライアンス C_m [μm/N]						
	位相 ϕ [度]						

算出法

- ・ 回転数 $N = n/60$ [s⁻¹]
- ・ 周期 $T = 1/N$ [s]
- ・ 角速度 $\omega = 2 \cdot \pi \cdot N$ [rad/s]
- ・ 遠心力 $F_u = r_u \cdot \omega^2 \cdot m$ [N]
- ・ コンプライアンス $C_m = A_m / F_u$ [μm/N]
- ・ 位相 $\phi = 360 (\delta / T)$ [度]

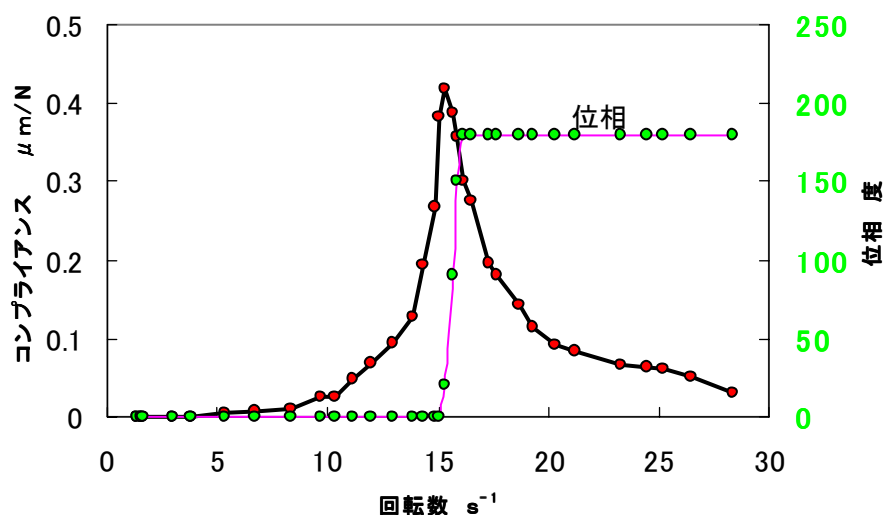


図 1-6-34 周波数応答の測定例

課題 ばねの種類や質量、取り付け位置などを変えて、周波数応答とインパルス応答を測定しなさい。

表 1-6-9 周波数応答計算シート

回転数 n [rpm]								
変位振幅 A_m [μm]								
周期 T [s]								
位相 δ [s]								
角速度 ω [rad/s]								
遠心力 F_u [N]								
C_m [$\mu\text{m/N}$]								
位相角 ψ [度]								
n								
A_m								
T								
δ								
ω								
F_u								
C_m								
ϕ								
n								
A_m								
T								
δ								
ω								
F_u								
C_m								
ϕ								
n								
A_m								
T								
δ								
ω								
F_u								
C_m								
ϕ								

1 章の参考文献

- 長松昭男：モード解析入門，コロナ社（1993）
- 吉川孝雄・他：機械の力学，コロナ社（1987）
- 背戸一登・他：振動工学，森北出版（2002）
- 末岡淳男・他：機械振動学，朝倉書店（2000）
- 佐藤秀紀・他：機械振動学，工業調査会（1993）
- 國枝正春：実用機械振動学，理工学社（1984）
- 安田仁彦：モード解析と動的設計，コロナ社（1993）
- 日本機械学会編：振動工学におけるコンピュータアナリシス，コロナ社（1987）
- 芳村敏夫・他：基礎振動工学，共立出版（1992）
- 徳岡辰雄：工学基礎振動論，サイエンス社（1984）
- 谷口修・他訳：機械振動論改訂版，コロナ社（1960）
- 永井正夫・他：振動工学通論，産業図書（1995）
- 日高照晃・他：機械力学，朝倉書店（2000）
- 長松昭男：モード解析，培風館（1985）
- 亘理厚：機械力学改訂版，共立出版（1969）
- 小林邦夫 他：よくわかる 機械力学，オーム社（1995）

