

第6節 振動現象の測定

1-6-1 実験装置と使用器具

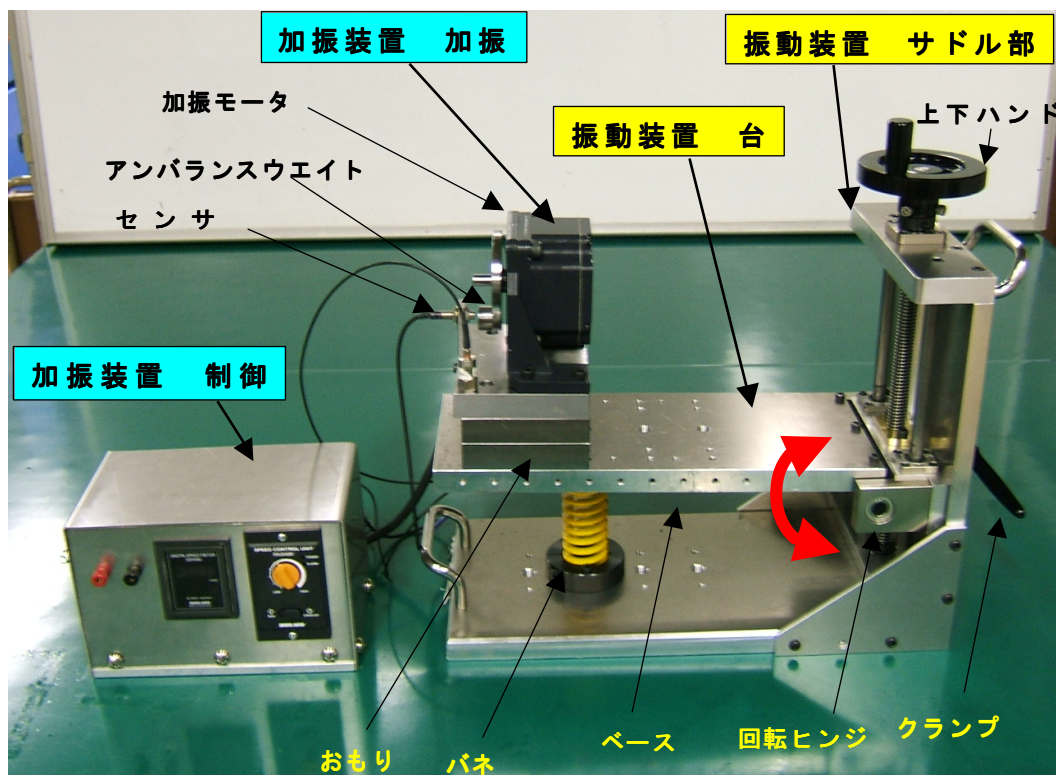


図 1-6-1 実験装置

本節では、図 1-6-1 に示す実験装置を用いて、振動実験を行い、インパルス応答や周波数応答などの基本的な振動現象を観察し、理解する。さらに振動現象の背景にある原理や法則の理解を深めるために、実験装置の数学モデルを作成し、理論的な解析を行い、振動現象と比較検討する。

実験装置は振動装置と加振装置から構成される。振動装置は、振動体となる台座とそれを支持するサドル部からなる。台座はベース、ばねの取り付け治具、回転ヒンジで構成され、回転ヒンジを中心に自由に回転でき、上下ハンドルで上下移動が可能である。振動装置のおもりとバネは簡単に取り替えが可能で、振動装置の固有振動数を変更できる。一方、加振装置は、加振モータの回転制御、回転数の表示、センサー出力を行う制御部と実際に加振を行う加振部とからなる。加振装置は、アンバランスな回転体をモータで回転し、振動を発生させている。そのモータの回転数は100rpmから2000rpmの範囲で可変できるので、加振周波数は約3Hz～33Hzである。また、実験装置には加振中に位相の変化を観察できるようにアンバランスの位置を接近センサーで検出できるようになっている。

実験の流れを図 1-6-2 に示す。はじめに加振装置を載せる台座の慣性モーメントや静剛性などの振動パラメータを測定し、台座のモデル化により振動解析を行い、台座の振動現象の測定結果と比較検討する。その後、加振装置を台座に載せ、周波数応答の測定と理論値とを比較検討する。実験装置のモデル化の条件および実験に使用する機器と工具を次に示す。

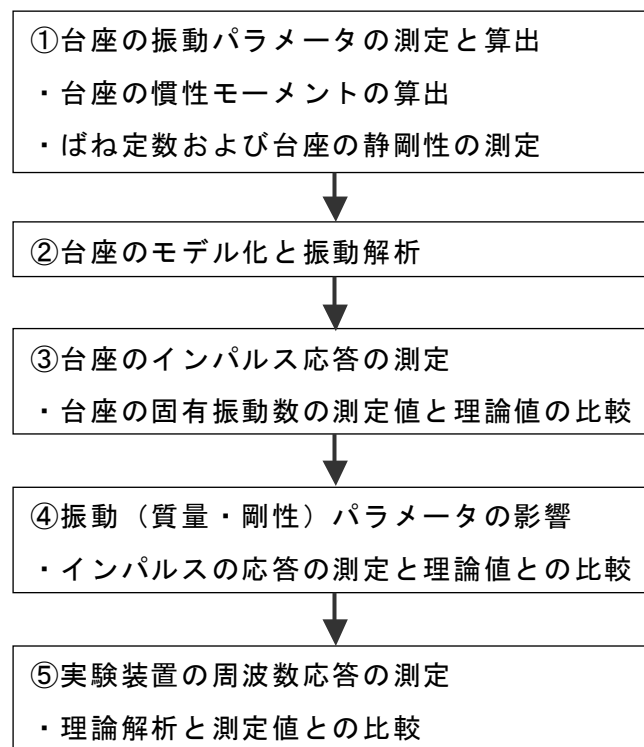


図 1-6-2 実験の流れ

実験装置のモデル化の条件

- ① ばね以外の部材は、剛体と見なす。
- ② 振動に伴う台座の変位角または変位は非常に小さいものとする。
- ③ 台座のベース以外の部材は、質点系として扱う。

実験で使用する器具および工具

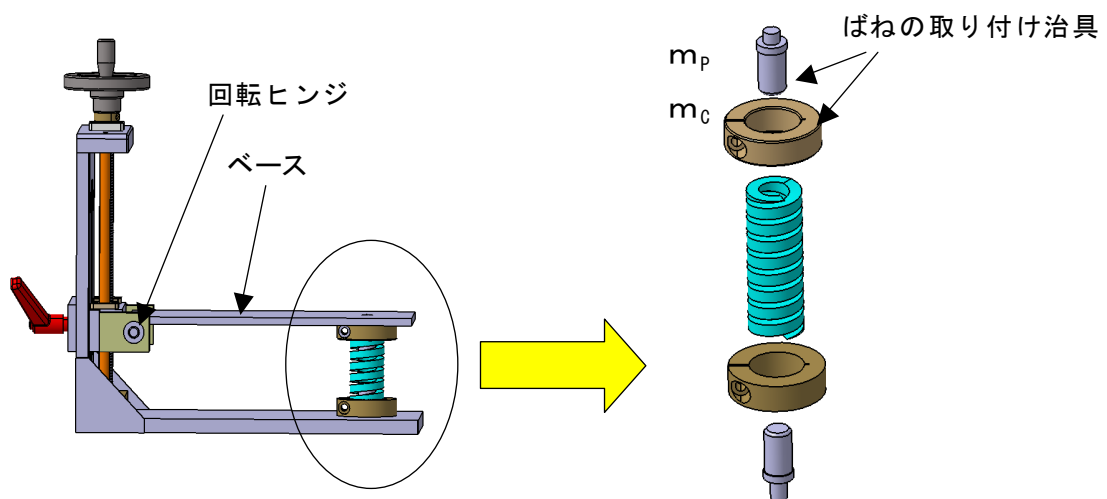
- ① 実験装置本体の付属品
 - ・ 重り [2.5kg 4 枚, 2.15kg (モータ取り付け台兼用) 1 枚]
 - ・ ばね (種類 7 本)
 - ・ 変位測定用レバー
 - ・ アンバランスウェイト (大、中、小 3 個)
- ② 実験装置以外の工具, 機器

- ・ 振動計 (1CH), 加速度ピックアップ、加速度ピックアップ用リード線、出力信号の接続コード
- ・ デジタルオシロスコープ (2CH 以上), プローブ 2 本
- ・ 直流電源 (DC12V ~ DC24V), 接続コード 2 本
- ・ ダイヤルゲージ、鋼尺 (30cm)、
- ・ 六角穴付ボルト用レンチ (M5, M6, M8 用)
- ・ 台ばかり

1-6-2 台座の振動パラメータの測定

台座のベースには取り付け用の穴が多数空いているが、ベースの慣性モーメントを算定する場合、一様な直方体の板と見なす。また、ばねの取り付け治具は重心にすべての質量が集中しているものとして扱う。なお、ばねおよび回転ヒンジの慣性モーメントはベースおよび治具の慣性モーメントに比べ小さいので無視する。

(1) 質量・形状の測定と慣性モーメントの算出



* 台座は、ベース、取付治具、回転ピンの総称。

図 1-6-3 台座の構造

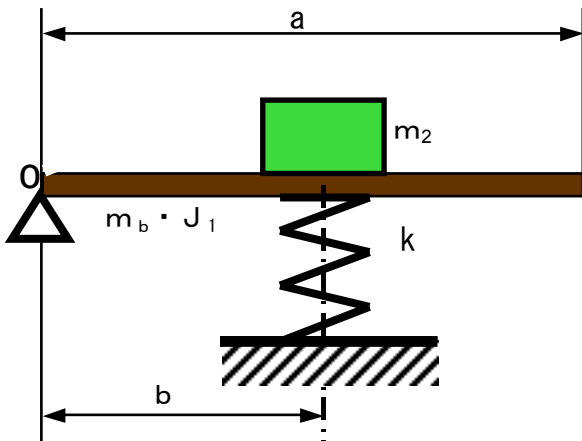


図 1-6-4 台座のモデル

a. ベース

厚さ $t = \underline{\hspace{2cm}} [m]$
 幅 $W = \underline{\hspace{2cm}} [m]$
 長さ $a = \underline{\hspace{2cm}} [m]$
 質量 $m_b = \underline{\hspace{2cm}} [kg]$

b. 取り付け治具

$m_2 = m_p + m_c = \underline{\hspace{2cm}} [kg]$

c. 回転中心 0 点からばねまでの距離

$b = \underline{\hspace{2cm}} [m]$

d. ベースの 0 点回りの慣性モーメント

$J_1 = \underline{\hspace{2cm}} [kgm^2]$

$$J_1 = I_G + m_b \left(\frac{a}{2} \right)^2 = \frac{1}{12} m_b a^2 + \frac{1}{4} m_b a^2 = \frac{1}{3} m_b a^2 = \underline{\hspace{2cm}} =$$

e. 取り付け治具の慣性モーメント

$J_2 = \underline{\hspace{2cm}} [kgm^2]$

$$J_2 = (m_p + m_c) \cdot b^2 = m_2 \cdot b^2 = \underline{\hspace{2cm}} =$$

f. 台座の慣性モーメント

$J_D = \underline{\hspace{2cm}} [kgm^2]$

$$J_D = J_1 + J_2 = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} =$$

(2) 台座の静剛性の測定

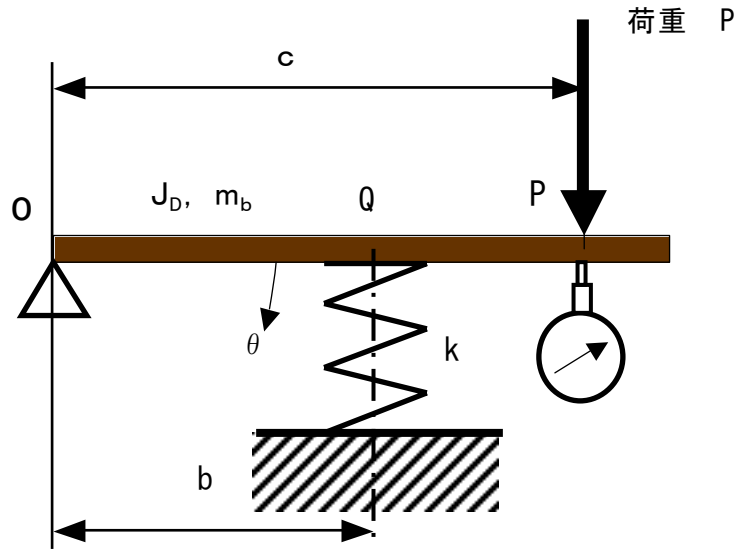


図 1-6-5 台座の静剛性の測定系

a. 静剛性とばね定数の関係

図 1-6-5 に静剛性の測定系をモデル化したものを示す。図のように回転中心 0 点からばね位置 Q 点までの長さを b 、0 点から荷重位置 P 点（変位測定位置）までの長さを c とし、その荷重を P 、ばね定数を k とする。

仮に荷重 P が作用して 0 点を中心にベースプレートが θ 回転したとすると、ばねの取り付け位置 Q 点の変位 x_Q と荷重点 P の変位 x_p は、次ように示される。

$$x_p = c \cdot \tan \theta = c \cdot \theta \quad (1-6-1)$$

$$x_Q = b \cdot \tan \theta = b \cdot \theta = \frac{b}{c} x_p \quad (1-6-2)$$

ただし、回転角 θ が非常に小さいので $\tan \theta = \theta$ となる。

さらに変位と力の関係をモーメントの釣り合いから求めると、

$$k \cdot x_Q \cdot b - P \cdot c = 0 \quad (1-6-3)$$

となる。よって、P 点の静剛性 k_p は次式で求まる。

$$k_p = \frac{P}{x_p} = k \frac{b^2}{c^2} \quad (1-6-4)$$

特にばねの中心線上に荷重 P が作用する場合、静剛性はばね定数に一致する。

$b = c$ ならば

$$k_p = k \quad (1-6-5)$$

b. ばね定数の測定 (b=c の場合)

ばね位置とおもりの重心位置が一致するようにおもりを台座に載せ、荷重の変化に伴うばねの変位を測定し、ばね定数を算出する

使用工具

振動装置、変位測定用レバー、ダイヤルゲージ、ダイヤルゲージ用マグネット台、おもり (2.5kg) 4 個、スケール (300mm)

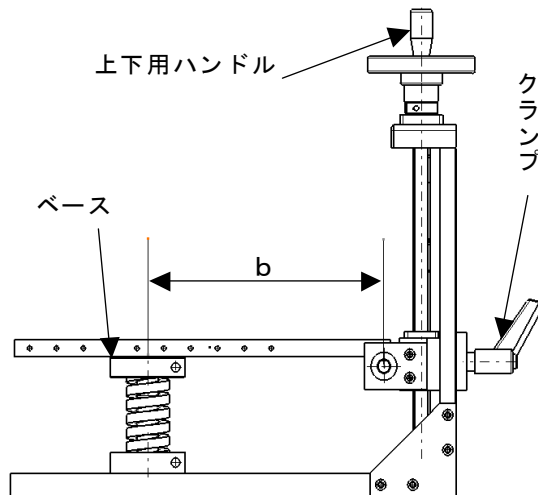


図 1-6-6 台座の各部名称

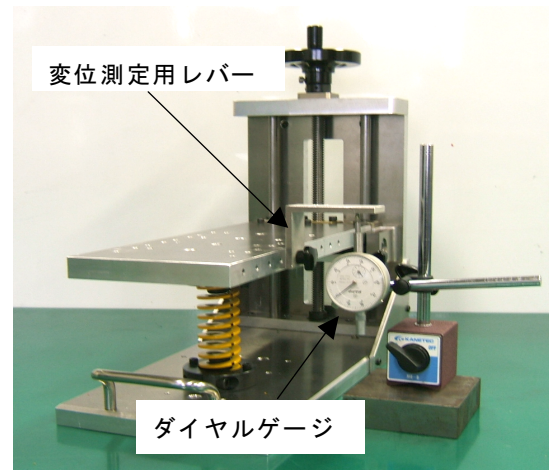


図 1-6-7 実験装置と測定器

測定手順

- 1) 振動装置を図 1-6-6 のように組み立て、水平で振動の少ないテーブルの上に設置する。そしてベースが水平になるように上下用ハンドルで調整し、その後クランプで固定する。
- 2) ばねの取り付け位置 (b 寸法) をスケールで測定する。
- 3) 図 1-6-7 のように変位測定用のレバーを取り付け、ダイヤルゲージを設置する。なお、ダイヤルゲージの取り付けは不安定なため、ダイヤルゲージ用のベースを用意するとよい。
- 4) 図 1-6-8 のように順次おもりをベース上に載せ、変位を測定する。おもりの中心と変位測定的位置がずれないように注意する。変位は、おもりを増加させる場合と減少させる場合の両方について測定する。なお、変位の測定値が不安定な場合、ばねの取付治具でばねがしっかり固定されているか確認する。
- 5) 測定値された荷重と変位の関係からばね定数を求める。

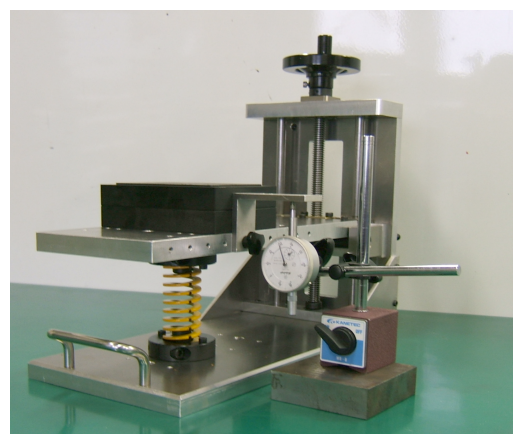


図 1-6-8 ばね定数の測定の様子

結果とまとめ

図 1-6-9 のようにばね変位と荷重の関係をグラフ化し、最小自乗法により近似直線を求めて、その勾配からばね定数を求めてみよう。

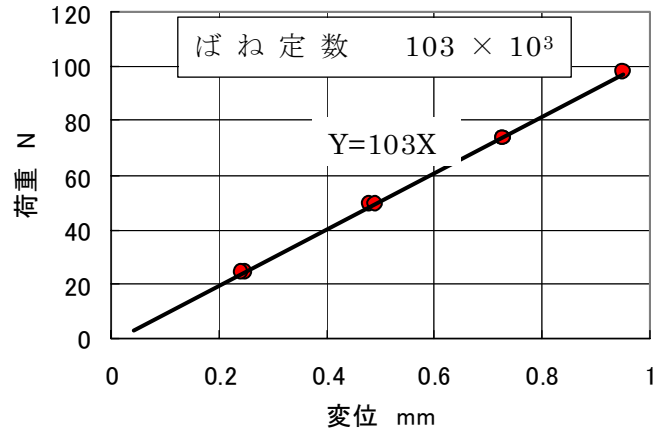


図 1-6-9 ばね変位と荷重の測定結果

測定位置 (b 寸法) : _____ [mm]

ばねの種類 _____

ばねの外径×内径 : _____ × _____ [mm] ばねの長さ _____ [mm]

表 1-6-1

荷重 (増加-減少)	2.5×	5×9.81	7.5×9.81	10×9.81	7.5×9.81	5×9.81	2.5×9.81
N	9.81						
変位 mm							

ばね定数 _____ [N/m]

a. 静剛性の測定

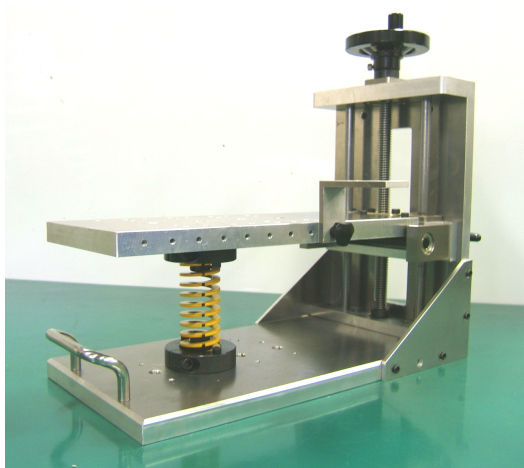


図 1-6-10 測定レバーの取付けの様子

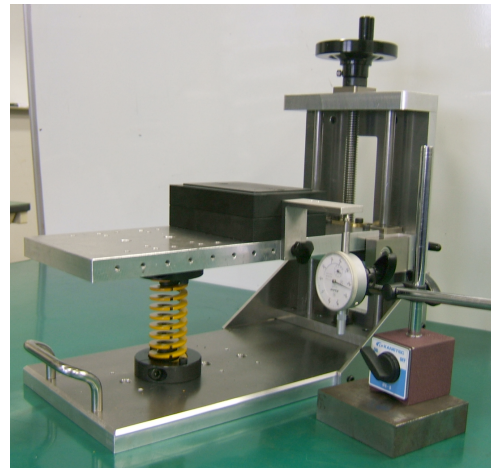


図 1-6-11 静剛性の測定の様子

ここでは、ばね位置 (b) と荷重位置 (c) とが異なる場合について荷重と荷重位置の変位を測定し、静剛性を算出する。さらに前項で求めたばね定数 k と式(1-6-4)を用いて、静剛性の理論値を算出し、測定値と比較する。

測定

- 1) 図 1-6-10 のように測定用レバーをばね位置とは異なる点に設置する。
なお、測定用レバー取り付け位置は、荷重位置と等しい。
- 2) スケールで荷重位置 (c 寸法) およびばね位置 (b 寸法) を測定する。
- 3) 図 1-6-11 のように順次おもりを変更し、変位を測定する。実験では、測定用レバーの取り付け位置 (c 寸法) を 4 箇所以上変更し、測定を行うこと。

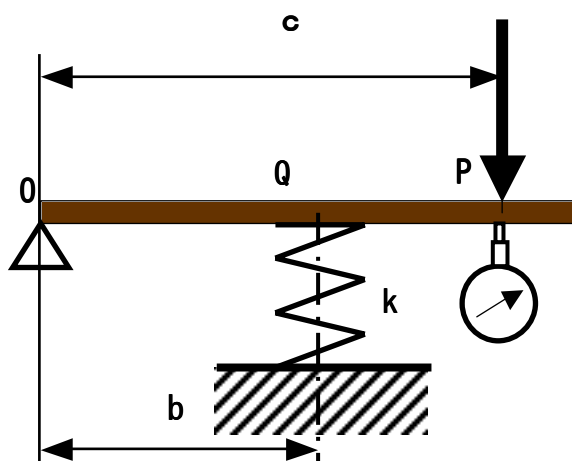


図 1-6-12 静剛性の測定系のモデル

使用器具・工具

振動装置、変位測定用レバー、ダイヤルゲージ、ダイヤルゲージ用マグネット台、おもり (2.5kg) 4 個、スケール (300mm)

ばね定数 k _____ [N/m]
 ばねの種類 _____
 ばねの長さ _____ [mm]
 ばねの外径×内径 : _____ × _____ [mm]

測定結果とまとめ

各位置で測定された変位と荷重の関係をグラフにプロットし、その勾配から各位置の静剛性を求め、理論値と比較する。

表 1-6-2 静剛性の測定結果

①荷重位置 $c =$ [mm] ばね位置 $b =$ [mm]

荷重 N							
変位 mm							

②荷重位置 $c =$ [mm] ばね位置 $b =$ [mm]

荷重 N							
変位 mm							

③荷重位置 $c =$ [mm] ばね位置 $b =$ [mm]

荷重 N							
変位 mm							

④荷重位置 $c =$ [mm] ばね位置 $b =$ [mm]

荷重 N							
変位 mm							

測定値と理論値の比較

表 1-6-3 静剛性の測定値と理論値

	ばね定数 k [N/m]	荷重位置 c [m]	ばね位置 b [m]	静剛性 [N/m]	
				測定値	理論値 $k(b/c)^2$
①					
②					
③					
④					

1-6-3 台座のモデル化と振動解析

台座のベースをモデル化すると図 1-6-13 ように示される。図中のベース変位角を θ とすると、ばねの位置 Q 点の変位 x_Q は $\theta \cdot b$ で与えられ、ばねの定数を k とすると、ばねの復元力 F_Q は、 $k \cdot x_Q$ で与えられる。さらに O 点を中心としたモーメント M_Q は、 $F_Q \cdot b$ で示される。したがって、運動方程式と固有振動数は次のように示される。

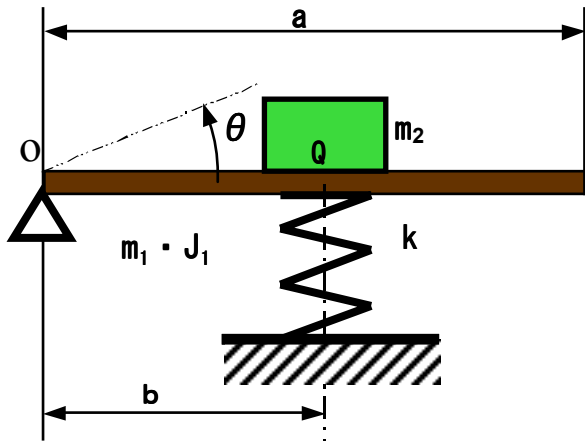


図 1-6-13 台座の振動モデル

・ Q 点の変位

$$X_Q = \theta \cdot b \quad (1-6-6)$$

・ Q 点に作用するばねの復元力 F_Q

$$F_Q = k \cdot X_Q = k \cdot \theta \cdot b \quad (1-6-7)$$

・ F_Q によるモーメント M_Q

$$M_Q = k \cdot b^2 \cdot \theta \quad (1-6-8)$$

・ 回転運動方程式

$$J_D \frac{d^2 \theta}{dt^2} + k b^2 \theta = 0 \quad (1-6-9)$$

$$\dots J_D = J_1 + m_2 b^2 \quad (1-6-10)$$

・ 固有振動数 f_n

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_C b^2}{J_D}} \quad (1-6-11)$$

さらに任意点の静剛性 k_e と集中質量 m_{eq} とでモデル化すると図 1-6-14 のようになる。慣性モーメント J は $m_{eq} \cdot h^2$ で与えられるので、運動方程式は次のように示される。

$$m_{eq} h^2 \frac{d^2 \theta}{dt^2} + k_e e^2 \theta = 0 \quad (1-6-12)$$

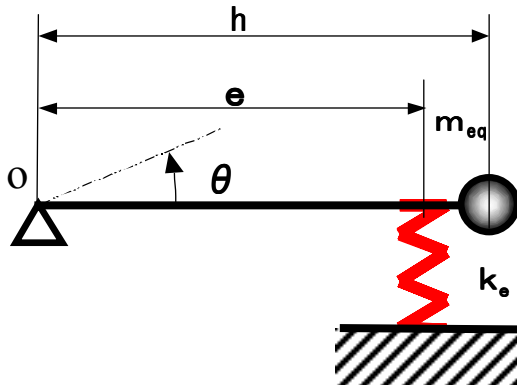


図 1-6-14 台座の振動モデル（回転運動）

よって、固有振動数はおよび等価質量は次のように示される。

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_e e^2}{m_{eq} h^2}} \quad (1-6-13)$$

$$m_{eq} = \frac{1}{h^2} J_D = \frac{1}{h^2} (J_1 + J_2) = \frac{1}{h^2} (J_1 + m_2 h^2) \quad (1-6-14)$$

さらに等価質量を計算する場合、 $h=e$ になるように h 長さを選べば、振動モデルは、図 1-6-15 のように並進運動モデルに変換できることがわかる。

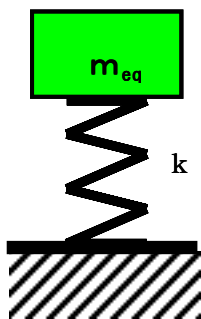


図 1-6-15

台座の振動モデル

(並進運動)

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_e}{m_{eq}}} \quad (1-6-15)$$

$$m_{eq} = \frac{1}{h^2} J_D = \frac{1}{h^2} (J_1 + J_2) = \frac{1}{3} m_b \left(\frac{a}{h} \right)^2 + m_2 \quad (1-6-16)$$