第１章　振動の基礎

第１章　振動の基礎

本章の狙い

この章では、図 1-1 に示すように機械と振動、調和振動、調和振動の合成の解説と例題を通しての問題の解き方を解説している。

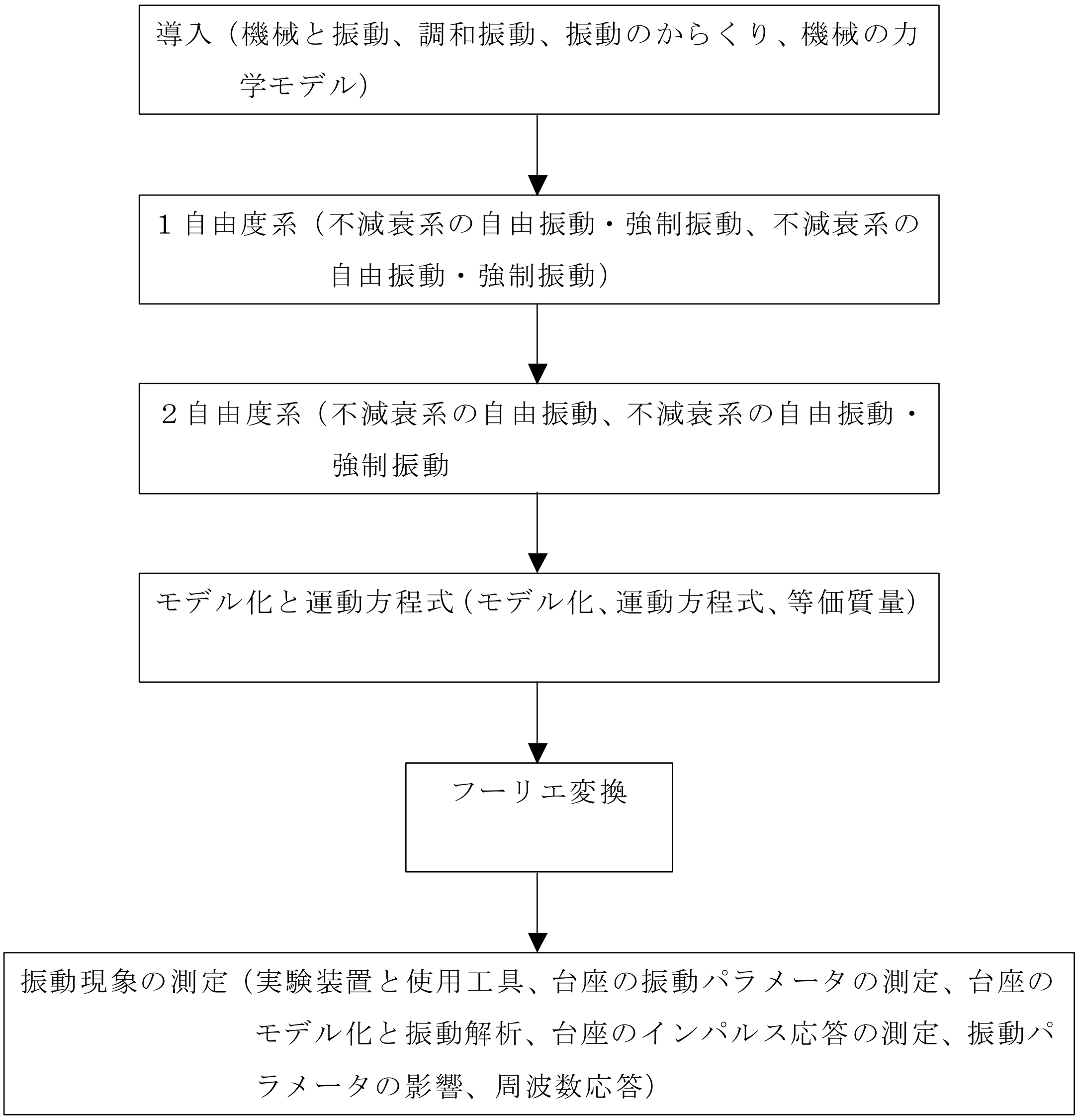

図 1-1　第１章の構成

第１節　導入

1-1-1　機械と振動

振動とは、状態が時間とともにたえず繰り返す現象であり、身の回りで経験する振動現象として、悪路を走行中の自動車の振動、地震による建物の振動、荒波を受けたときの船の振動などがある（図 1-1-1 参照）。振動は、騒音の発生源になったり、自動車や建物に使用している材料を疲労させたり、人に車・船酔い等の不快感を与えたりするため、振動は軽減させたり絶縁させたりすることが望ましいとされている。

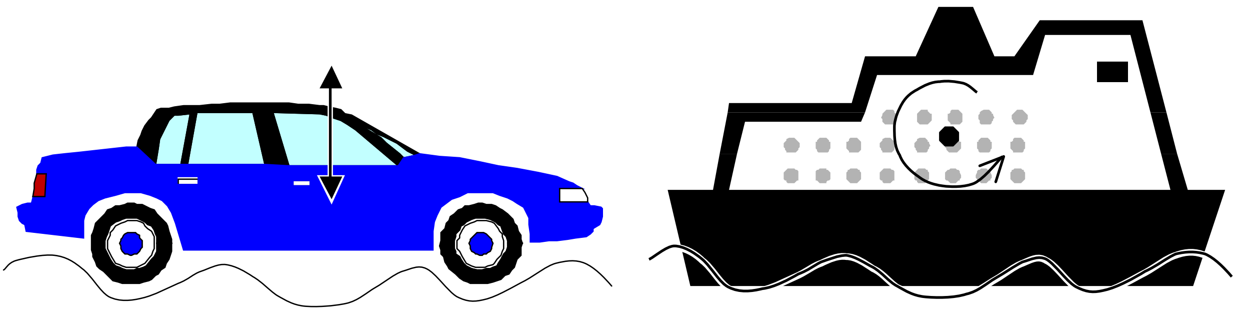

図 1-1-1　いろいろな振動

このテキストの主題である機械の振動に目を転ずると、機械的な振動とは「運動または変位を表す量の大きさが、ある平均値または基準値よりも大きい状態と小さい状態とを交互に繰り返す時間的変化」と定義されている。エネルギーを変換して有効利用する機械の中には、運動エネルギーを用いるために、運動する部分が必ずある。機械がずっと運転を続けるためには、その運動も連続でなければならない。機械では、その運動は往復か回転のような繰り返しの形を取らざるをえない。その部分では、振動が必ず発生する。振動が重要であるのは、最近の機械は高速化、小型化、軽量化、高精度化、自動化が求められる一方、相反する要求として高信頼性、静粛性、快適性が求められている。高速化や軽量化は機械の剛性を低下させ振動の原因となる。振動の発生は機械の性能低下、破損をまねくだけでなく、騒音源、起振源となって環境に影響を及ぼし機械の品質を低下させるからである。

振動は、自由振動、強制振動、複雑な振動に分類できる。

自由振動は、動的な外作用が変化すると必ず発生し、一旦生じれば、外から何もしないでも自分自身だけで自由勝手に振動し続ける。自由振動は、ほとんどの場合速やかに消えてしまうが、自由振動の中には振動を生じる元になる物体の動特性がすべて含まれている。自由振動は、1 自由度系では最初の振幅の大きさ、振動の速さ、減衰の速さの 3 つの現象で表される。多自由度系では固有モード、固有振動数、モード減衰比の 3 つの現象に対応する。動特性は質量、剛性、減衰係数の 3 種類である。

強制振動は、外作用に対する応答であり、外作用の開始と共に発生する。外作用の開始は外作用の変化の一形態であるため、同時に自由振動も発生する。両者の振動数は異なるので、両者が混合した複雑な波形を示す（これを過渡振動という)。しかし、しばらくすると自由振動は減衰して消え、強制振動だけが残る（これを定常振動という)。

1-1-2　調和振動

図 1-1-2 に示すように、ばね定数 k のばねに質量 M のおもりをつり下げたおもりの運動を考える。おもりをそっとつり下げると、ばねはある長さだけ伸びて平衡点の位置でおもりの重さとつりあう。おもりを平衡点の位置から変位させて手放すと系は振動を始める。

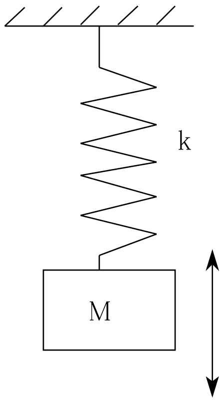

図 1-1-2　質量 M とばね

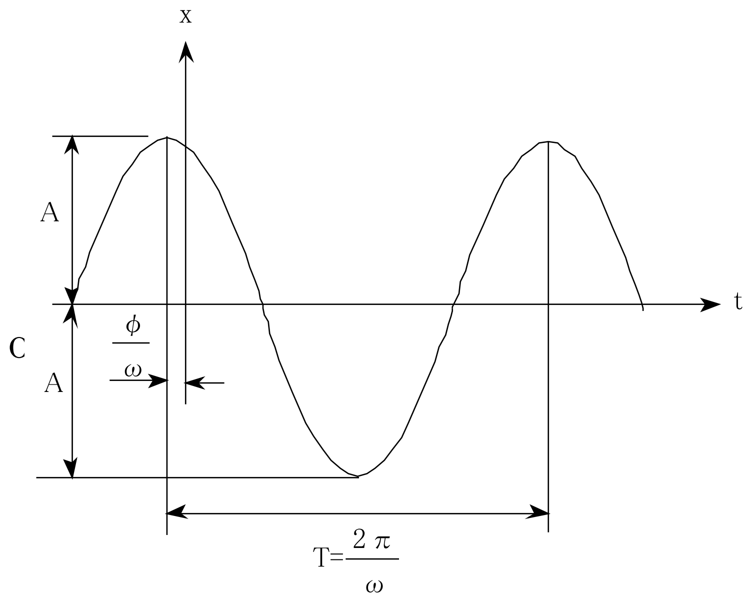

図 1-1-3 調和振動

おもりは図 1-1-3 に示すように、時間 t の経過とともに正弦的に変化する運動を行

う。おもりの振幅をA、角振動数をω[rad/s]、初期位相角をφ[rad]とすると、この運動xは次式のように表される。

$$x = A\,cos(\omega t + \phi) \qquad (1\text{-}1\text{-}1)$$

このような余弦関数（あるいは正弦関数）で表される周期運動を調和振動という。上図でTを周期といい､1秒間に繰り返される振動の回数を振動数あるいは周波数という。振動数はf[Hz]で表す。周期と振動数の間には次の関係がある。

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \qquad (1\text{-}1\text{-}2)$$

1-1-3　振動のからくり

図 1-1-2 に示した系は、安定な状態では平衡点で静止している。しかし、ばねを伸ばすか縮めるかして平衡点からずらしたり、質量に衝撃力を加えて速度を持たせるなど初期外乱を与えた後に自由状態にしておくと図 1-1-3 に示す振動を発生する。この振動は、自由状態で発生し持続するので、自由振動という。自由振動は復元力と慣性力の相互作用によって発生するが、このからくりを以下に示す（図 1-1-4 参照)。

『まず、質量に上方向の外力を加えて引っ張る。そうすると、ばねは伸びて、これに抵抗する復元力が下方向に発生し、外力が復元力とつりあった状態で質量が静止している。この外力を急に解放する瞬間から時間を始める。外力を解放した瞬間に、質量は下方に動き始める。静から動への状態の変化に伴う下方への加速度の発生に抵抗するために、質量には慣性力が上方向に生じ、これが復元力とつりあう。このように外力を除いた瞬間に、外力と大きさも方向も同一の慣性力が発生し、外力にとって代わる。質点が下方に移動して、x=0 の平衡点に近づくにつれて、復元力は小さくなり、それとつりあう慣性力も小さくなり、加速度は減少していく。しかし、それまでの加速度は蓄積されて速度に変わり、下方向の速度が増加していく。やがて平衡点に到達すると、ばねには伸びも縮みもなく、もとの形のままでいたいという性質を満足するため、復元力はゼロになる。そして、それとつりあう慣性力もゼロであり、加速度は生じない。ところが、動いているままの状態でいたいという性質を満足している質量は、ばねにとって最も好ましい位置である平衡点に留まることはなく、最大の速度で等速直線運動をしながら、平衡点を上から下へと通過していく。そうすると、ばねは前とは逆に縮み始め、それに抵抗する復元力が上向きに生じ、それとつりあう慣性力が下向きに生じ、加速度が上向きに発生する。この上向きの加速度が下向きの速度を消費してブレーキをかけるため、速度は次第に小さくなっていく。しかし、それまでの速度は蓄積されて変位に変わり、その結果下方の変位が増加する。そうすると、それに抵抗する上向きの復元力が増加し、それとつりあいを保っている下向きの慣性力が増大し、慣性力とは常に方向が逆の加速度が上向きに増大する。やがて速度がゼロ

になったとき、上向きの復元力、下向きの慣性力がともに最大になる。そして質点は、最大の加速度で上向きに動き始め、再び平衡点へと帰っていく。後は初期と上下方向をひっくり返した同じ現象が推移していく。そして、平衡点を下から上へと通過し、やがてばねの伸びが最大の点に到達する。これまでが 1 周期であり、この後は同一の流れを繰り返す。これが振動の現象である。』(引用：長松　昭男　著、モード解析入門、コロナ社、pp. 18-19)

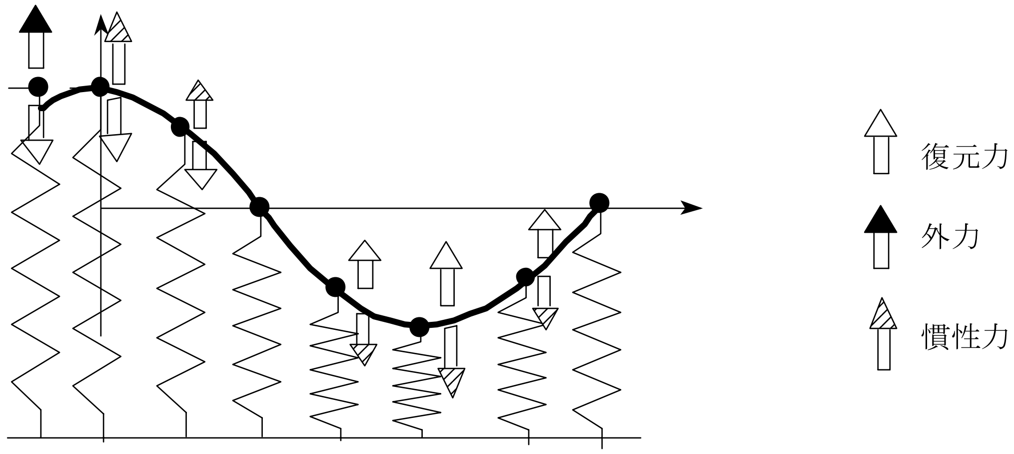

図1-1-4　自由振動における力と動きの推移

1-1-4　機械の力学モデル

一般に複雑な機械や構造物の振動現象を解析する場合、その解析を容易にするために、簡単な力学モデルに変換する。図 1-1-5 に 1 自由度系（ある時刻において系の位置を完全に決定するのに必要な独立変数の数が 1 つの系）のモデルを示す。このモデルは、集中定数系として質量、ばねとダンパより構成されている。質量は、力が加えられても変形しない剛体であると仮定し、m [kg]で示す。ばねは、弾性を有し質量は無視する。このばねは、フックの法則に従う線形ばねを仮定する。ばね力は、ばねの変形量に比例することになる。この比例定数をばね定数をいい、k [N/m]で示す。ダンパは、質量も弾性も有しないと仮定する。減衰力は、このダンパの両端の相対運動があって初めて働く。系に入ったエネルギーは、このダンパによって消散されるので非保存系である。粘性を表すダンパは、すべての振動を抑制する作用をし、振動を減衰させて止めてしまう。したがって、粘性抵抗力を粘性抵抗力といい、この比例定数を粘性減衰係数といい、c で示す。

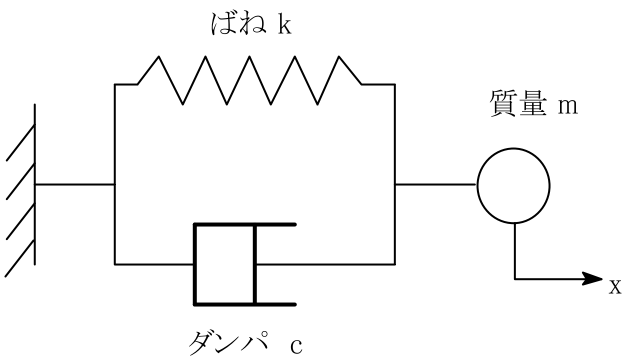

図1-1-5　1自由度力学モデル