第４章　基本的な機械要素演習

第４章　基本的な機械要素演習

第１節　機械、機構とは

機械(Machine)の使用目的は、駆動力から希望通りの運動を取り出すことや駆動力以上の力を取り出すことであろう。そして、そのアウトプットを取り出すための運動や力の変換メカニズムが機構(Mechanism)であると言える。

具体的には、機構は２パーツ以上の部品（剛体でも弾性体でもよいが抵抗し得る物体）の結合体であり、各部品は接続部で相対的に拘束されている必要がある。機構の世界では、各部品（パーツ Parts またはボディ Body）のことを節（リンク Link）といい、部品間の相対拘束部を対偶（ジョイント Joint）と呼ぶ。図４－１に代表的なスライダクランク機構を示す。

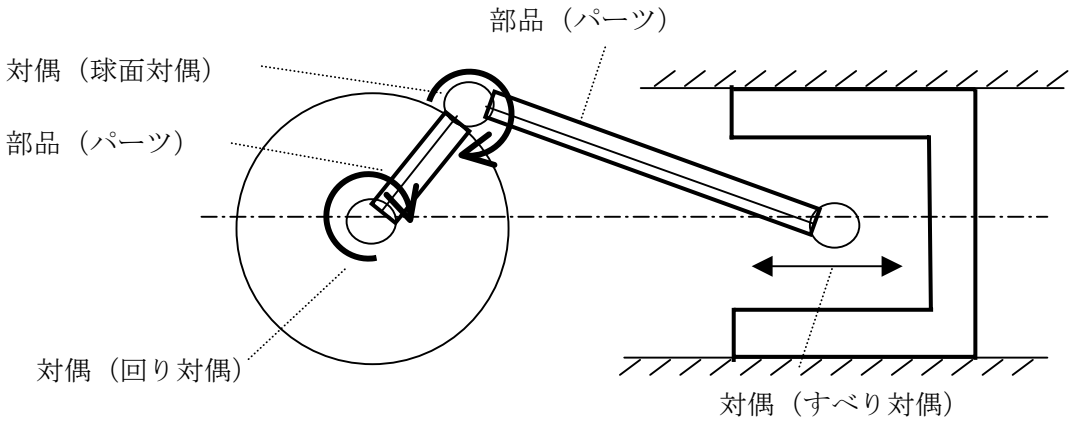


図４－１ 複数の節と対偶からなる機構
（スライダクランクの模式図）

一般に部品同士は面で接触しており、お互いに拘束し合っている。面対偶としては大きく図４－２に示す４種類がある。

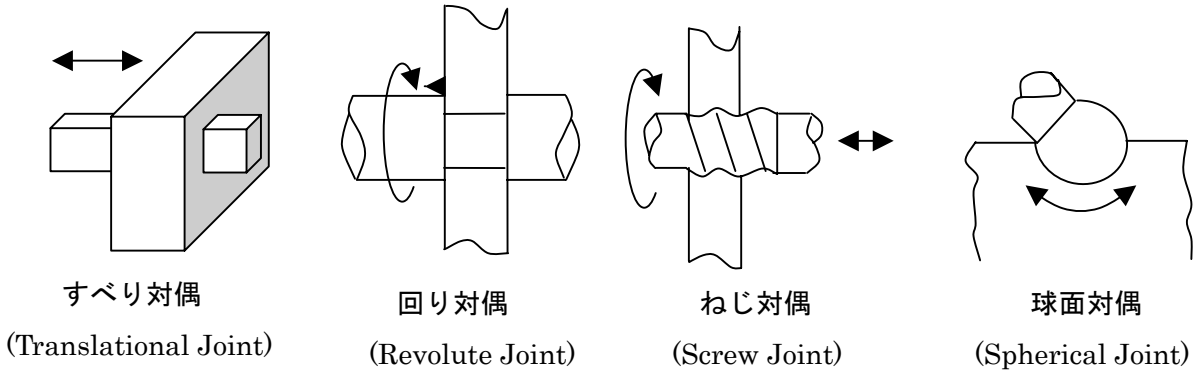


図４－２　面対偶のタイプ

＜例題１＞

機械とはどのようなものを言うのだろうか。道具、器具、構造物などとの違いをもとに考察せよ。また、情報処理機（パソコン等）は機械といえるのだろうか。

（回答例）

機械とは、２パーツ以上から構成され入力を何らかの有益な形に変換して出力するものであると考えられる。その意味で、ハンマーなどは道具（工具)、時計などは測定機器として一応区別できるであろう。また、橋、ビルディングなどは構造物としてやはり機械とは区別した方がよい。更に、パソコン等は確かに入力を変換し有益な出力をするものであるが、電子機器しての分類の方が、相応しいと思われる。

ちなみに、Reuleaux(1875 年ドイツ)のいう機械の定義について引用しておくが、厳密に定義するのは難しい。

１）強度と剛性を有する抵抗体の組み合わせである

２）各部は互いに一定の相対運動をし、その運動は限定されている

３）外部からエネルギーの供給を受け、それを機械エネルギーに変換して有効な機械的仕事を行なう

図４－３に機械の構成要素を示しておく。①から④までの構成部分から機械が成り立ち、①と③比率が機械の効率(efficiency)と言える。

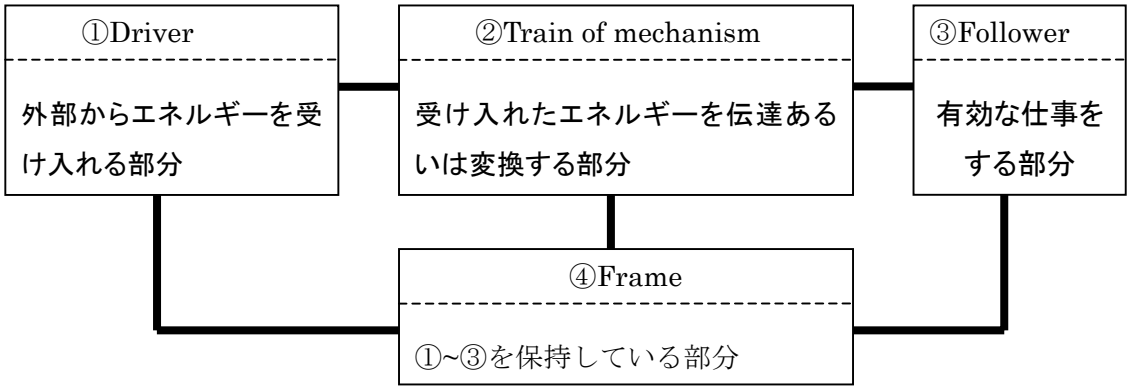


図４－３　機械の構成要素（出典：「機構学入門」高著　山海堂）

第２節　機械の運動

一見複雑に見える動きも運動部分を分解してみると、実は比較的単純な運動の組み合わせであることが分かる。大きく以下の３タイプの運動(motion)に分けられる。
平面運動(plane motion)：パーツの各点が、それぞれの平行平面内のみで移動する
球面運動(spherical motion)：パーツの各点が、ある点を中心に距離を変えることなく移動する
らせん運動(helical motion)：パーツの各点が、ある軸を中心に回転すると同時に軸方向にも並行移動する

また、別の見方をすると以下の３タイプに分けることもできる。
連続運動(successive motion)：パーツの各点の軌跡が閉曲線を成す運動
往復運動(reciprocating motion)：パーツの各点がある軌跡を描き、その後その軌跡を逆行する運動
間欠運動(intermittent motion)：運動中に１時的に休止し、その後また再開する運動

２－１　運動の分解

部品自体の運動は、並進運動(translation)と回転運動(rotation)に分解できる。図４－４に平面運動の場合の並進運動と回転運動を示す。逆に言えば、任意の運動は並進運動と回転運動の組み合わせで表現可能である。例えば、図４－５のようにＡの状態からＢの状態への運動は一度、Ａ′に並進移動後に回転をすれば得られることが分かる。

また、回転運動中の瞬間中心(instantaneous center)は、部品内の２点の運動方向が分かれば、その速度ベクトルと直交する線の交点として求めることができる（図４－５参照)。

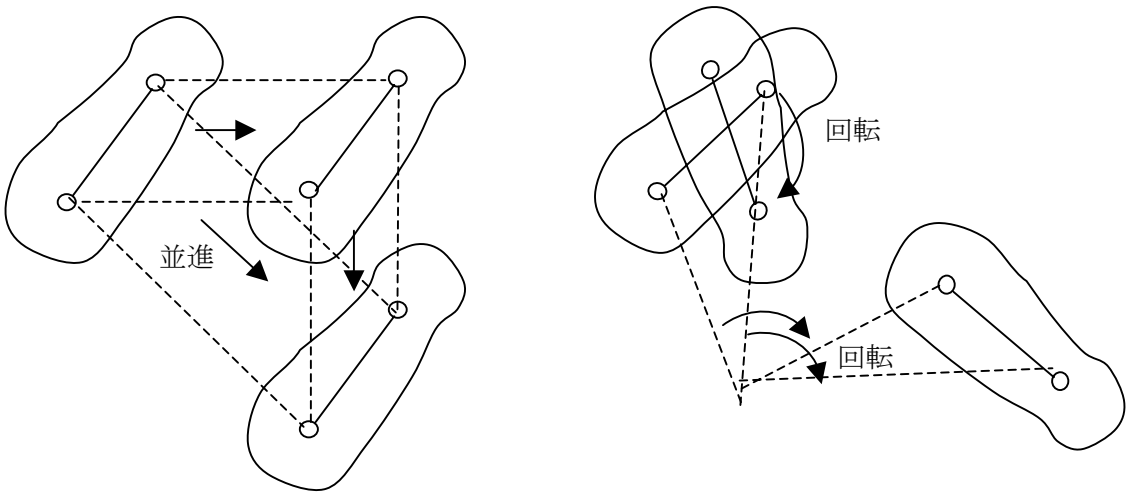


図４－４　並進運動と回転運動

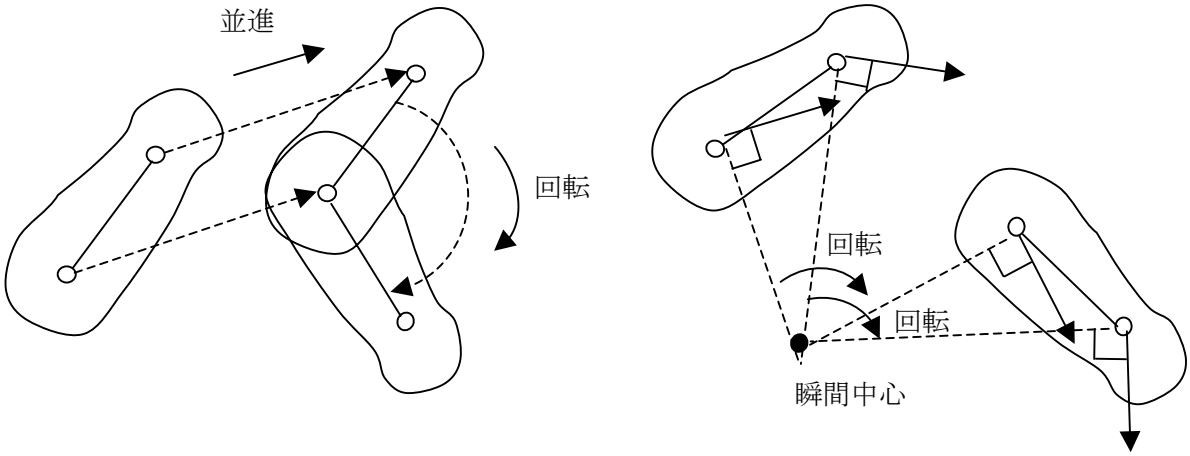


図４－５　任意の運動の分解および回転中心

上記のように、部品の任意の運動は平面内の運動であれば、並進２方向（紙面上での左右方向と上下方向）と回転１方向（紙面に法線方向軸回り）の合計３方向の動きに分解できる。この運動できる各方向成分の数を自由度(degrees of freedom)という。従って、平面内での部品は拘束がなければ３自由度を持つことになる。同様に拡張して、3 次元空間上にあるフリーな部品は、図４－６に示すように並進３方向（X 軸,Y 軸,Z 軸方向）と回転３方向（X 軸,Y 軸,Z 軸回り）の合計６方向の動き成分があるので、６自由度を持つことになる。

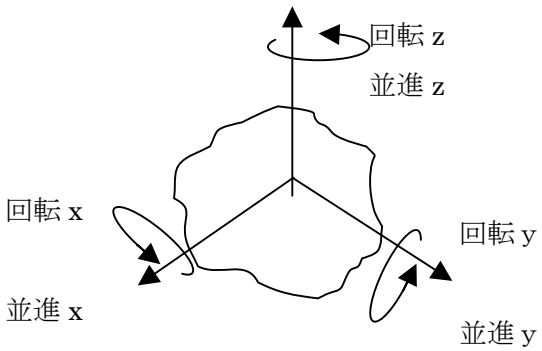


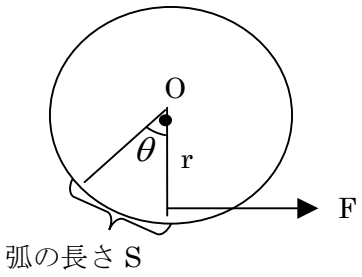
図４－６ 三次元空間上のパーツが持つ自由度

＜例題２＞

下図に示す様に自動車タイヤの回転運動を考える。タイヤの半径がｒ、地面との転がり抵抗がＦの場合の駆動に必要な仕事量と動力（単位時間あたりの仕事量）を求めよ。

また、地面との滑りなしの状態でタイヤが回転しており、自動車が速度 V0 で移動している時、タイヤの瞬間中心はどこになるか。

（回答例）



上図で点 O 周りに θ だけ回転したとすると、力Ｆのした仕事は

Ｗ＝Ｆ・Ｓ＝Ｆ・ｒθ＝Ｔ･θ

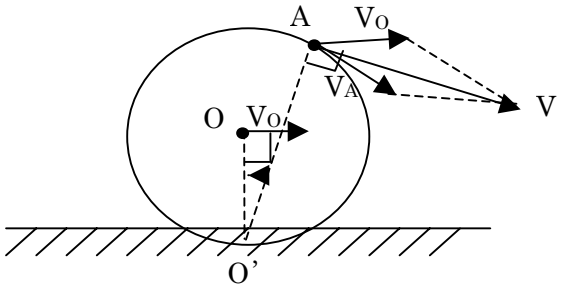
（ここでＴ＝Ｆ・ｒでトルクである。）

単位時間に成される仕事量である動力Ｐは

$$P=\frac{dW}{dt}=\frac{d(T\cdot\theta)}{dt}=\frac{\theta\cdot dT}{dt}=\frac{T\cdot d\theta}{dt}=T\cdot\omega$$

（ここで ω は角速度で ω＝ｄθ/ｄｔで、角速度ある。）

速度Ｖで移動するタイヤの瞬間中心は、下図より O’であることが分かる。



任意の円周上の点Ａの絶対速度Ｖは、上図のようにＶとＶＡの。

Ｏ点とＡ点の速度ベクトルとの垂直線の交点を求めると O’点と合力となる。

（回答終り）

機構を自由度という観点からみると、以下の分類がある。

システムの自由度０の状態を扱うのが、キネマティクス解析(Kinematics Analysis)または機構学(Mechanism)と呼ばれている。自由度０とは、必ずしも静止状態ではないことに注意が必要である。すべての動きが規定されていると言う意味であり、例えば単振り子のモデルを考えると自由に振れる状態では自由度１であるが、ある周期で振れるような動きが指定されているとするとそれは振り子の重さや長さに関係なく運動が規定された状態であり自由度０モデルとなる。

それに対して、自由度が１以上の問題をダイナミクス解析(Dynamics Analysis)または動力学(Dynamics)と呼ぶ。これは、運動は力の大きさや方向によって決まり、パーツの重さや大きさの影響も受ける。例えば、ボールを投げる場合のボールの軌跡（運動）は、投げる力やボールの重さに依存して変わることが分かるであろう。

また、ダイナミクス解析の特別な場合として、運動が静的に釣り合い状態にあり慣性力や減衰力を無視できる問題を静的釣り合い解析(Static Analysis)と呼ぶ。

また、順解析(Direct Analysis)と逆解析(Inverse Analysis)の分類もある。図４－７の様なロボットマニピュレータの場合、各関節の回転角が決まっており、その際アーム先端の運動を求める問題が順解析であり、アームの先端の運動を規定した際の各関節角度を求めるのが逆解析にあたる。実際の問題では逆解析のニーズの方が多いと思うが、計算上は複雑になり一意の解が求まらない場合もある。

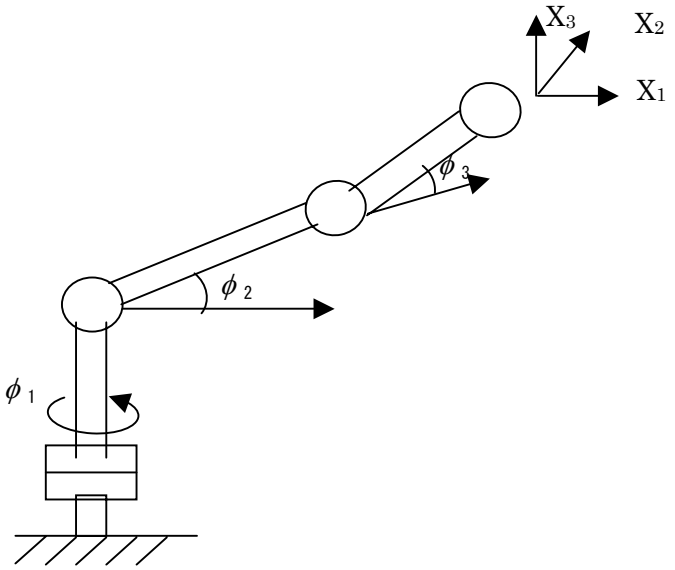


図４－７　マニピュレータのキネマティクス解析例

第３節　機械システムの特性

３－１　機械の運動学

機械とは伝達された動力を変換し、何らかの力を出力し仕事を行なうものである。この入力と出力の関係をそれぞれの変位(displacement)に着目し時間の関数(function)で表す。この関数は変位を微分すると速度(velocity)が得られ、さらに微分すると加速度(acceleration)を得ることができる。

表４－１　変位・速度・加速度の関係式

変位(mm)	$s = s(t)$
速度(mm/s)	$v = v(t) = \dfrac{ds}{dt} = \dot{s}$
加速度(mm/s^2)	$a = a(t) = \dfrac{dv}{dt} = \dfrac{d^2 s}{dt^2} = \dot{v} = \ddot{s}$

また、回転運動の場合、角度と時間の関数となり、角変位(angular)、角速度(angular velocity)、角加速度(angular acceleration)を得ることができる。

表４－２　角変位・角速度・角加速度の関係式

角変位(rad)	$\theta = \theta(t)$
角速度(rad/s)	$\varpi = \varpi(t) = \dfrac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}$
角加速度(rad/s^2)	$\dot{\varpi} = \dot{\varpi}(t) = \dfrac{d\varpi}{dt} = \dfrac{d^2\theta}{dt^2}$

メカニズム設計やアクチュエータの選定などに適用させるために、力やトルクなどを検討しなければならない。

表４－３　力・トルクの関係式

運動方程式	$m \times a = F$ m :質量、a :加速度、F :力
角運動方程式	$I \times \dot{\varpi} = T$ I :慣性モーメント、$\dot{\varpi}$:角加速度、T :トルク

表４－４　接線速度・接線加速度・法線加速度の関係式

接線速度	$v = r\varpi$ v :接線速度、r :半径、ϖ :角速度
接線加速度	$a_t = r\dot{\varpi}$ a_t :接線加速度
法線加速度	$a_n = r\varpi^2 = \dfrac{v^2}{r}$ a_n :法線加速度

３－２ メカニズムの特性

機械の運動は並進運動と回転運動及び揺動運動に分類することができ、複雑な機構の動作もこれらの基本的な運動の組み合わせから成り立っている。機構設計（以下、メカニズム設計とする）とは目的の動作とその動力源の間を取り持つ機構を設計することである。
メカニズム設計ではその機械の構造（従来の幾何学的な変位を扱う機構学）だけでなく、機構学、機械運動学、動力学などを統合した知識が必要である。特に、組立て装置や搬送装置に代表される自動化・省力化機械のメカニズムを設計にあたって、検討しなければならないポイントとして、次のようなものがある。

① 速度特性
② 位置決め精度
③ 移動量可変性
④ 速度特性可変性
⑤ 力特性
⑥ コスト

現在のメカニズム設計の環境下では、新しいメカニズムを一から開発することよりも、既存の市販された標準的な機械部品を購入し、それらを組み合わせ、製品とすることが多々ある。メカニズム設計とは目的物（ワーク）を仕様に沿ってどのように運動をさせるか、その仕様を満足させる機械をいかに製作するかということであり、メカニズムを評価する上で欠かせない検討事項である。

３－３　速度特性と力特性

メカニズムを設計する上で指標となる特性のひとつに速度特性がある。一般に機械の運動には等速運動や末端減速運動など下記に示す運動があり、その機械の目的と密接に結びついている。メカニズム設計において速度特性を検討することは、加速度特性、引いては力特性を検討することでもある。

例えば、電車が急停車すると、立っている人は力を受けバランスを崩してしまう。電車が急停車するということは、大きな減速作用がはたらき姿勢を崩す力を受けたことになる。同様に位置決め装置などでもベルトコンベアによって移動しているワークが急停止すると、その位置決め精度に影響を与え、さらには機械を破損したりすることもある。このように、移動などの仕事をする機械の設計では、その目的にあった最適な速度特性や加速度特性を持ったメカニズムを設計しなければならない。

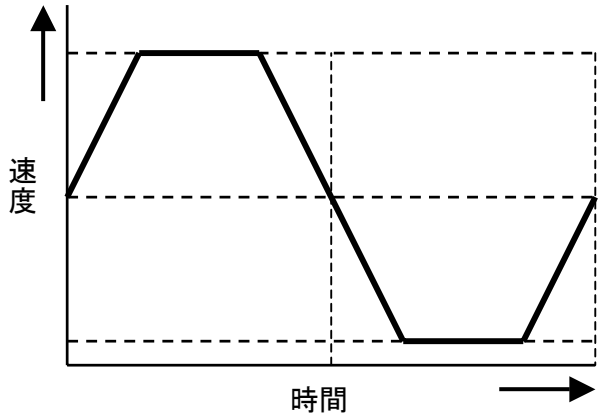


図４－８　速度特性図－等速型

【等速型】
急な加減速を伴い、定常時に等速運動を行い、加減速度は急激な変動を伴う。等速運動の時、加速度は０となる。

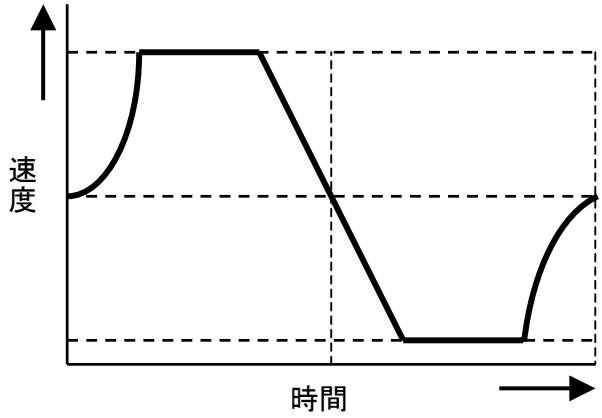


図４－９　速度特性図－末端減速型

【末端減速型】
急に加減速しない末端減速型は速度が徐々に小さくなるにつれて大きな力を出力することができる。スライダクランク機構や早戻り機構がこれに該当する。

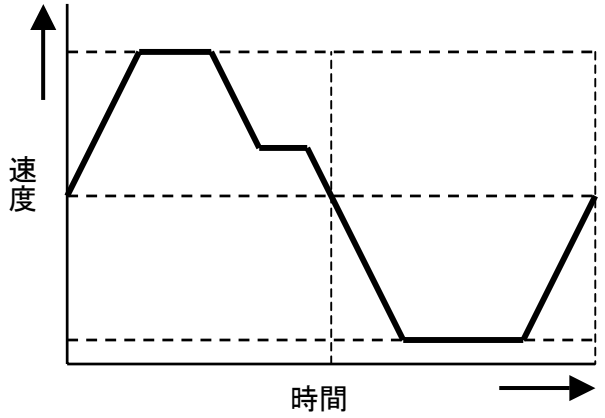


図４－１０　速度特性図－任意変速型

【任意変速型】
任意に速度を変化させることができる曲線である。

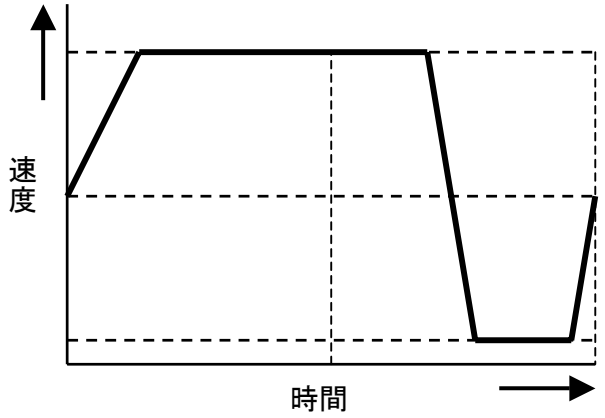


図４－１１　速度特性図－等速早戻り型

【等速早戻り型】
行きと帰りの往復運動で速度が異なる曲線である。

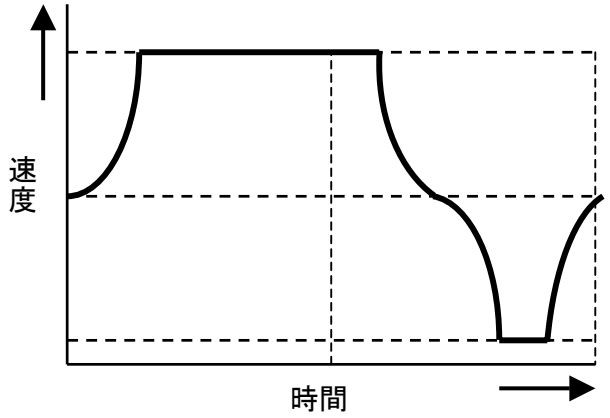


図４－１２　速度特性図－末端減速早戻り型

【末端減速早戻り型】
行きと帰りの往復運動で速度が異なる曲線で、加減速域は末端減速となる。

次にトルクとモータ（ＤＣモータ）の回転数の関係について図４－１３に示す。
一定の条件下ではモータの回転角速度が速いときには、小さなトルクしか出力できないが、（$A-A'$）回転角速度を遅く減じることで、大きなトルクを出力することができる。（$B-B'$）

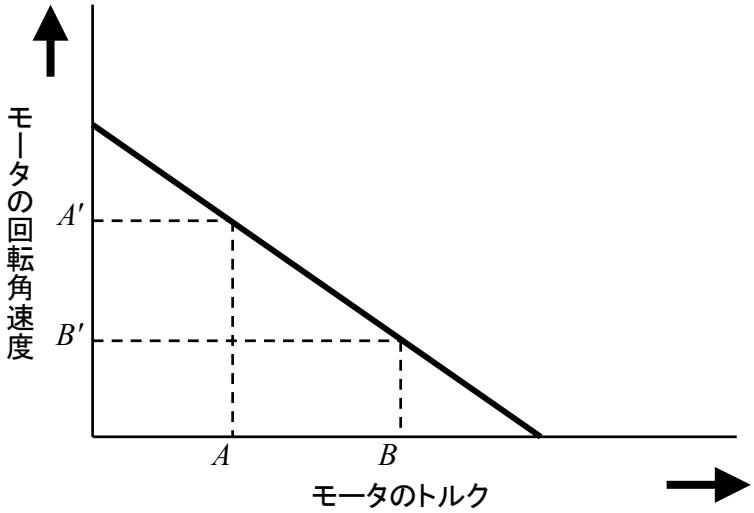


図４－１３　モータのトルクと回転角速度の関係

第４節　基本機構システムのメカニズムとその実例

４－１　リンク機構

（１）リンク機構の種類とグラスホフの定理

複数の節と対偶によって構成される機構のうち、細長い棒状の節と回転対偶及び滑り対偶によって構成される機構のことをリンク機構(linkage mechanism)といい、4 つの細長い a、b、c、d の節と回り対偶からなる機構を特に 4 節リンク機構(four-bar linkage mechanism)という。4 節リンク機構は各節の長さや原動節、従動節、固定節などの組み合わせにより様々な運動を再現することができる。その組み合わせによって、各節は運動の形態が異なり、移動長さや揺動角などの動作範囲が大きく異なる。そのため、リンク機構が成り立つための考え方としてグラスホフの定理(Grashof's mechanism)がある。

【グラスホフの定理】
最も短い節と他の一つの節の長さの和が残りの二つの節の長さの和より小さいか等しくなければならない

$$a+b \leq c+d$$
$$a+c \leq b+d$$
$$a+d \leq b+c$$

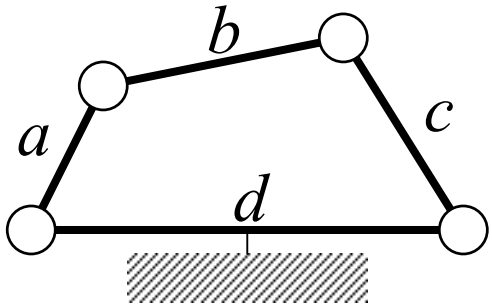


図４－１４　　４節リンク機構

また、4 節リンク機構の原動節と固定節を様々に組み合わせることにより、てこクランク機構、両クランク機構、両てこ機構を得ることができる。

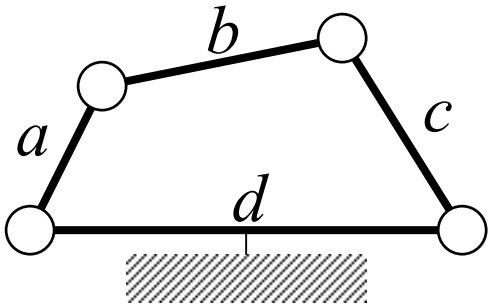


図４－１５　てこクランク機構

【てこクランク機構】
(crank-rocker mechanism)
節 a が回転運動すると、節 c は揺動運動を行なう。

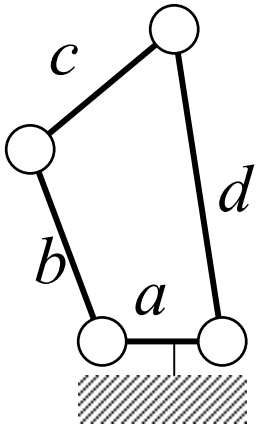
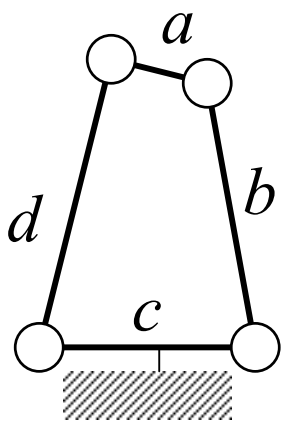


図４－１６　両クランク機構

【両クランク機構】
(double crank mechanism)
節 a を固定すると、節 b、節 d 共に回転することができる。



【両てこ機構】
(double rocker mechanism)
節ｃを固定すると、節ｂ、節ｄ共に揺動運動を行なう。

図４－１７　両てこ機構

4 節リンク機構のうち、節 c をスライダとし、節 d を固定すると回転対偶は並進対偶に置き換わりスライダクランク機構(slider-crank mechanism)となる。また、4 つの回転対偶のうち、2 つを並進対偶に変更し、並進対偶と回転対偶が交互に位置する機構をクロススライダ機構(cross-slider mechanism)と言う。これは別名、ラプソンの舵取り機構(Rapson's steering mechanism)ともいい、船舶の操舵機構としてよく見られる。このように、リンク機構の節や対偶の組み合わせによって様々な機構が開発されている。

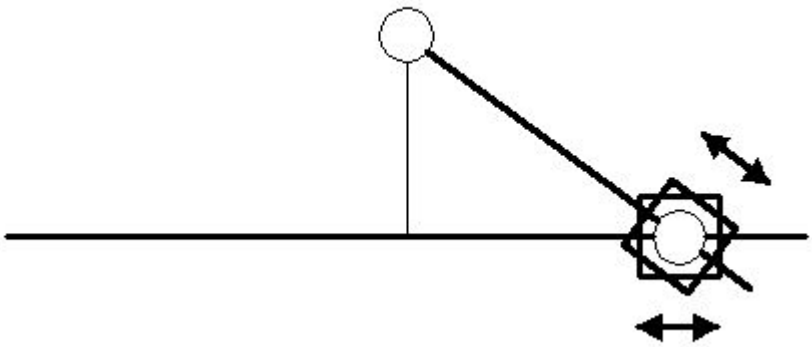


図４－１８　ラプソンの舵取り機構

（２）思案点と死点

４節リンク機構のうち、最も短い節 a を原動節に、その対辺をなす節 c を従動節とした機構にてこクランク機構がある。図４－１９のように節 a と節 b が直線に位置した場合、節 a が左右どちらにでも回転できる状態となり、節の動きが一様でなくなる。このように、どのように動くかわからない点を思案点(change point)という。思案点は、節 c を原動節とし、揺動運動を与えた場合に発生するが、節 a を原動節とした場合には一定方向に回転するので発生することは無い。

節 c を原動節とし大きなトルクを与えたとしても、節 a と節 b が直線になっており理論上、節 a を回転させることができない。このような点を死点(dead point)という。死点は、てこクランク機構のほかに、スライダクランク機構やトグル機構でも見ることができる。

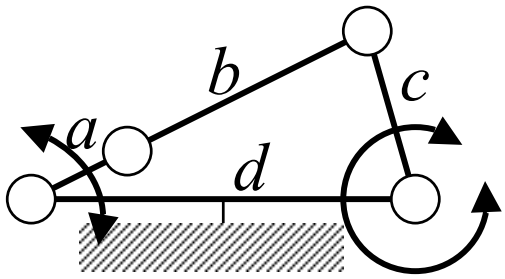


図４－１９　てこクランク機構における思案点と死点

（３）スライダクランク機構のメカニズム

４節リンク機構のうち、節 c をスライダとし、節 d を固定すると回転対偶は並進対偶に置き換わりスライダクランク機構(slider-crank mechanism)となる。回転運動と並進運動を変換する機構で、エンジンのピストンやクランクプレス機械などに応用されている。最も短い節 a をクランクとし、回転する毎にスライダが往復運動する構造である。

図４－２０では、スライダが最も右側の位置にあるときを上死点、最も左側にあるときを下死点と言い、節 a と節 b、スライダ c が一直線上に位置することになる。

また、クランクとスライダを結合させる節 b を連接棒（コネクティングロッド）と言う。節 a のクランクの回転とスライダ c の往復運動は、図４－２１に示すように変位、速度、加速度において関係式が成り立ち、上死点、下死点付近で特徴的な運動特性を見ることができる。

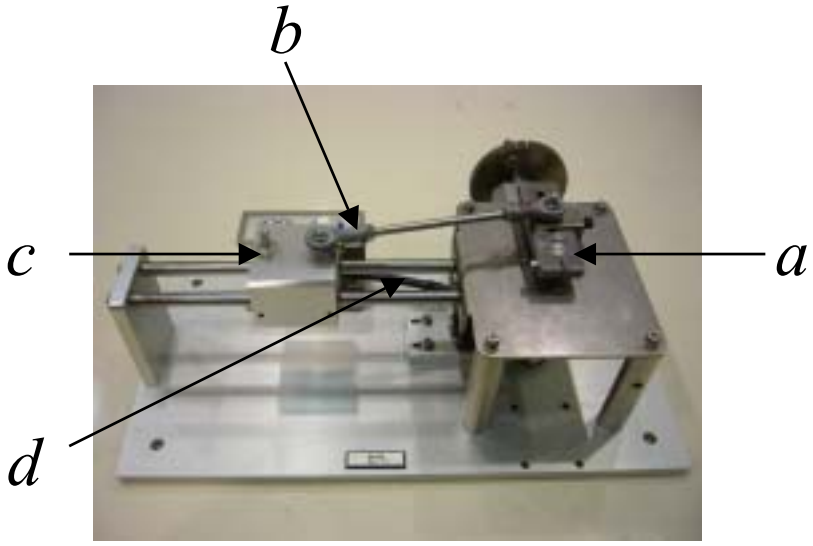


図４－２０　スライダクランク機構

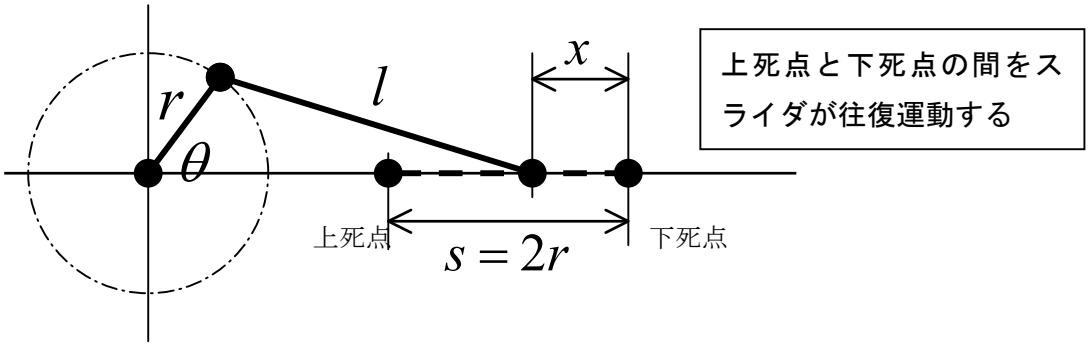


図４－２１　スライダの変位式

ａ．スライダの変位式

下死点からのスライダの任意の位置における距離を x とおくと、

$$x = r + l - (r\cos\theta + l\cos\phi)$$
$$= r(1-\cos\theta) + l(1-\cos\phi)$$

クランクとコンロッドの長さの比をλとすると、$\lambda = \dfrac{r}{l}$ となり代入すると、

$$x = r\left\{(1-\cos\theta) + \frac{1}{\lambda}(1-\cos\phi)\right\}$$

となる。ここで、三角関数 $\sin^2\phi + \cos^2\theta = 1$ より $\cos\phi = \sqrt{1-\sin^2\phi}$ を代入すると

$$= r\left\{(1-\cos\theta) + \frac{1}{\lambda}(1-\sqrt{1-\lambda^2\sin^2\theta})\right\}$$

となる。

一般に r は l に比べて小さいので、スライダの変位式は次式で表す。

$$x = r(1-\cos\theta)$$

ｂ．スライダの速度式

変位式を時間 t にて微分すると

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{dx}{d\theta}\cdot\frac{d\theta}{dt} = \frac{dx}{d\theta}\cdot\varpi$$

$$= r\varpi\left(\sin\theta + \frac{\lambda\sin 2\theta}{2\sqrt{1-\lambda^2\sin^2\theta}}\right)$$

$$= r\varpi\left(\sin\theta + \frac{\lambda}{2}\sin 2\theta\right)$$

変位式と同様に括弧内第 2 項を省略すると、

$$v = r\varpi\sin\theta$$

ｃ．スライダの加速度式

速度式を時間 t にて微分すると

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{d\theta}\cdot\frac{d\theta}{dt} = \frac{dv}{d\theta}\cdot\varpi$$

$$= r\varpi\left(\cos\theta + \frac{\lambda\cos 2\theta + \lambda^2\sin 4\theta}{\sqrt{\left(1-\lambda^2\sin^2\theta\right)^3}}\right)$$

$$= r\varpi^2\left(\cos\theta + \lambda\cos 2\theta\right)$$

変位式と同様に括弧内第 2 項を省略すると、

$$a = r\varpi^2\cos\theta$$

図４－２２、２３、２４、は、L1 を $\lambda = \frac{1}{6}$、L2 を $\lambda = \frac{1}{2}$ とした時のスライダの変位曲線、速度曲線、加速度曲線である。

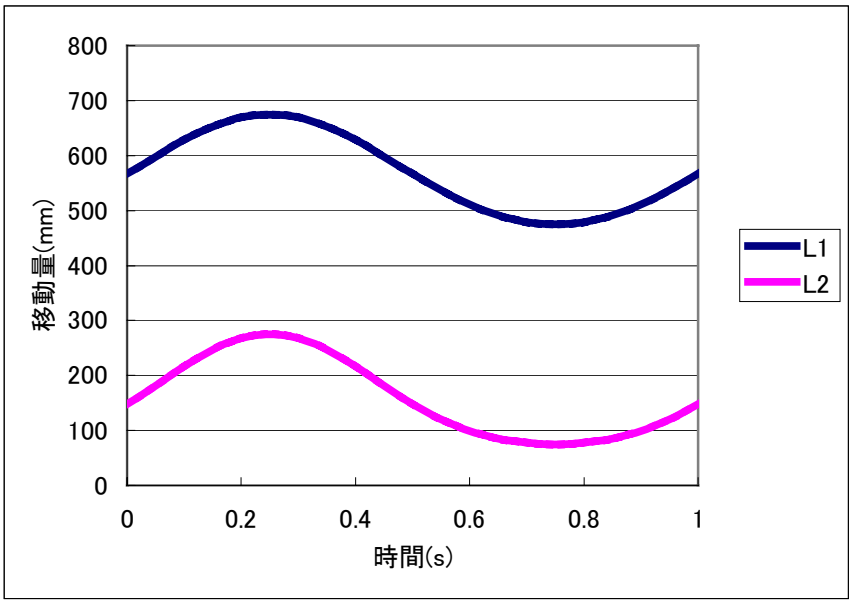


図４－２２　スライダクランク機構におけるスライダの変位曲線

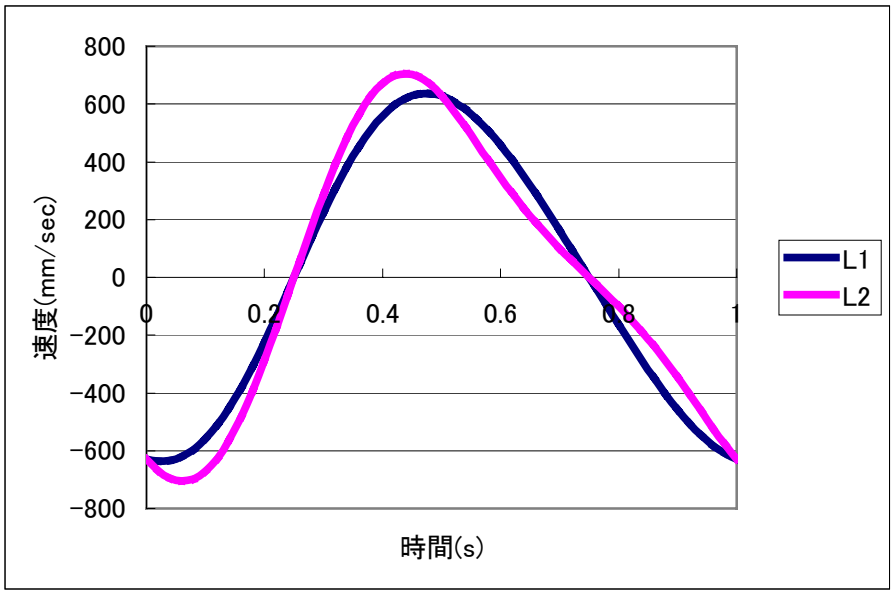


図４－２３　スライダクランク機構におけるスライダの速度曲線

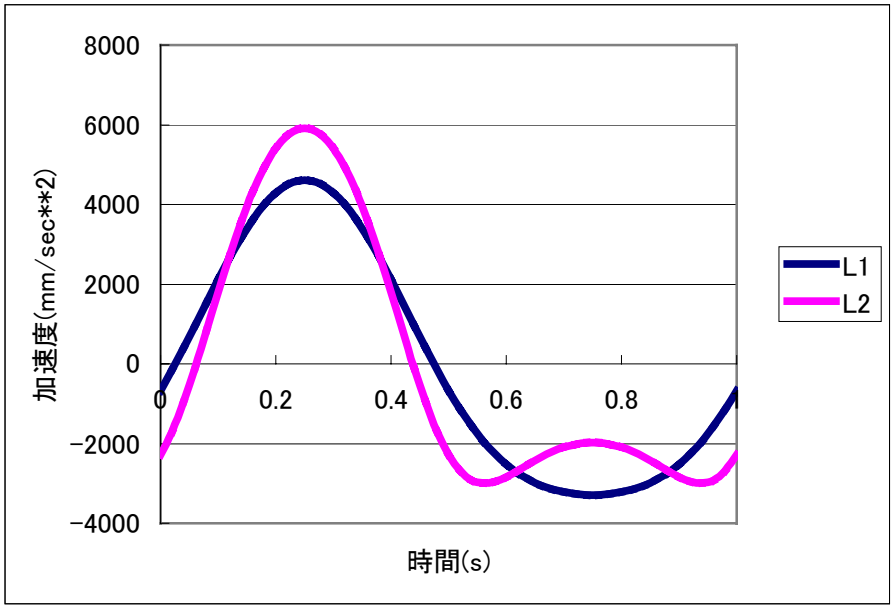


図４－２４　スライダクランク機構おけるスライダの加速度曲線

λの値が小さくなると、変位式は単弦運動になる。速度式、加速度式も同様である。曲線図や計算式からもわかるように、スライダクランク機構はクランクと連接棒の長さの比λが大きな特徴となり、速度曲線や加速度曲線を支配している。

各曲線は上死点、下死点付近で特徴的な曲線を示しており、加速度は上死点、下死点付近で最大となる。(αmax) 加速度はニュートンの第 2 法則より力の発生と関係あり、クランクプレス機構の場合、スライダが最も下がった位置、つまり大きな加速度が得られる下死点で大きな力を発生させ金属をプレスすることになる。

また、加速度曲線の滑らかさや連続性は、一般的な機械においても振動の発生や精度に影響を与えるので、加速度の大きさや連続性を検討する必要がある。

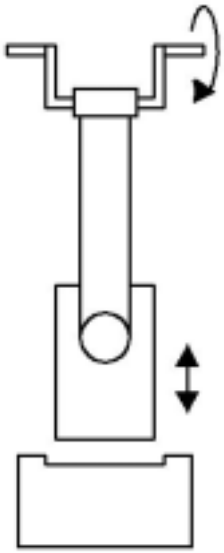


図４－２５　クランクプレス機械

（４）　早戻り機構のメカニズム

スライダｃと回転対偶をなす節ｂを固定し節ａを回転させると、スライダｃが節ｄに対して並進運動し、節ｄは揺動運動を行なう。節ａを原動節とし回転運動を入力し、節ｄを従動節とし揺動運動を出力する。この機構の大きな特徴はスライダの行きの運動と帰りの運動で、必要とする時間が異なることである。クランクが一定速度で回転運動すると、図４－２８のようにスライダの往復運動の変位が異なる。行き運動より帰り運動のほうが早く戻るので、このような機構を早戻り機構（クイック・リターン機構 quick return mechanism）と言う。

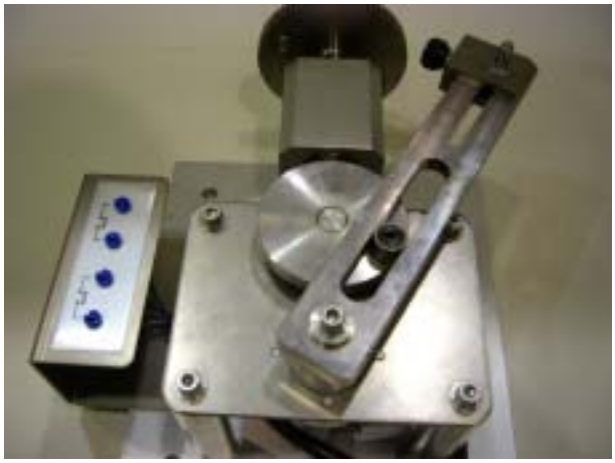


図４－２６　早戻り機構（クイック・リターン機構）

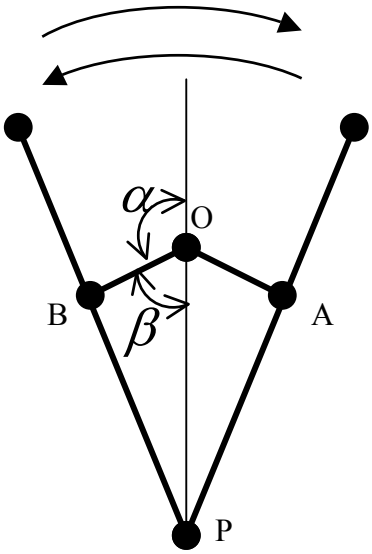


図４－２７　早戻り機構の運動特性

往復時間が異なる原因はピンがスロット内をスライドするときの基線とクランク及びアームとの角度による。∠BOP を β とし、その外側の角度を α とおく。節ａの回転方向を半時計回りとした場合、行きの運動でピンが回転する角度は 2α となり、帰りの場合は角度 2β となる。つまり、節ａは一定速度で回転しているので、角度 α と β の大きさの比が往復の時間の比になる。

$$往復の時間比 = \frac{\alpha}{\beta}$$

また、角度 α 及び β は OP と OA（=OB）の長さから求まる。

$$\cos\beta = \frac{OB}{OP}$$

角度 β は上式のように求まり、角度 α は 180°から角度 β を差した値となる。

$$\alpha = 180° - \beta$$

従って、行きの時間と帰りの時間の比は角度 α、β の他、機構を構成する各節の長さに依存することになる。

早戻り機構は原動節、従動節共に回転運動（揺動運動）であるが、アームの先端に連接棒及びスライダを追加することで、回転運動から直線運動に変換することができる。

図４－２８、２９、３０はスライダの X 軸並進方向の変位曲線、速度曲線、加速度曲線である。凡例の L1、L2、L3 は OP の長さのことで、OB の長さの 2、3、4 倍の長さを指す。

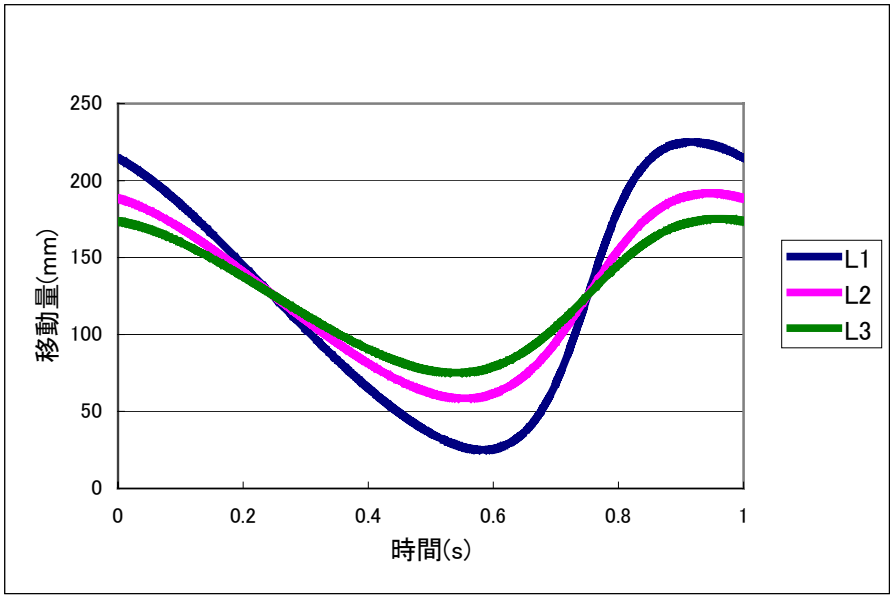


図４－２８　早戻り機構におけるスライダの変位曲線

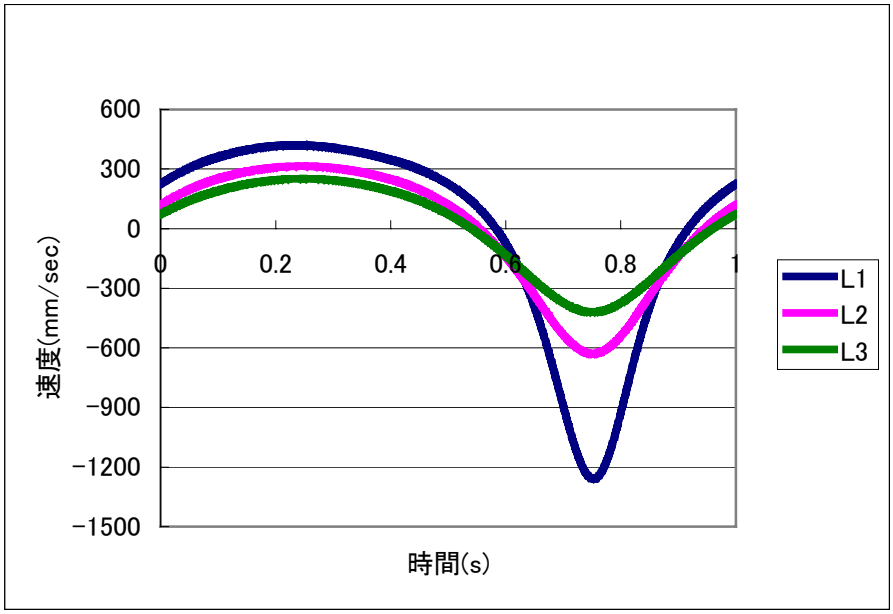


図４－２９　早戻り機構におけるスライダの速度曲線

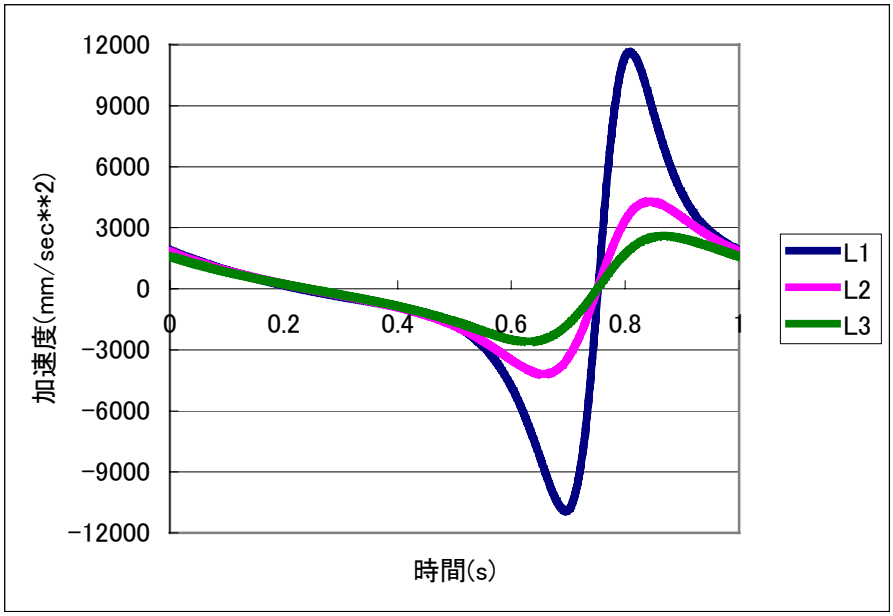


図４－３０　早戻り機構におけるスライダの加速度曲線

早戻り機構の応用事例として、工作機械の形削り盤が挙げられる。形削り盤は切削工具（バイト）を直線的に往復運動させることで工作物の表面を切削する機械である。ただし切削は片道のみで行われるため、切削後は元の位置に戻るだけである。よって、早戻り機構を採用している。早戻りの機能を持った機構は他にもあり、ロボットの歩行機構（ロボコン等でよく見かける）などに使われているチェビシェフの機構(Tschebyscheff's mechanism)や非円形歯車よる早戻り機構などがある。

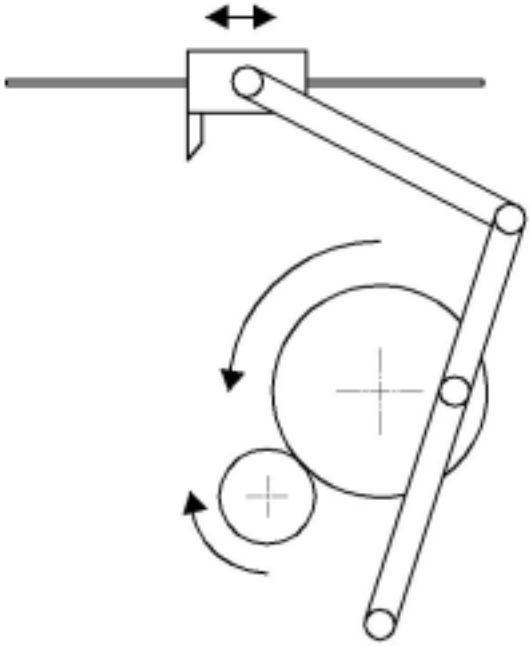


図４－３１　形削り盤

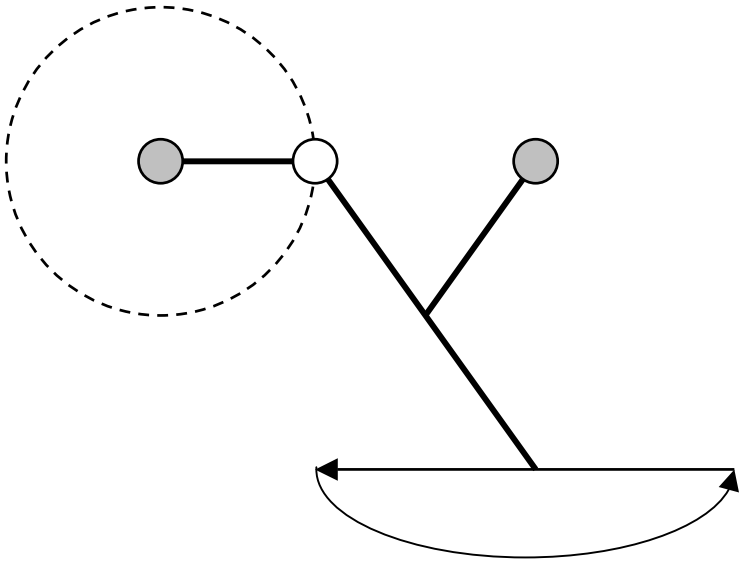


図４－３２　チェビシェフリンク機構

（チェビシェフリンク機構は直線近似機構として紹介されることが多い。）

（５）平行運動機構(parallel motion mechanism)

各リンクが平行な状態にあるリンク機構を平行運動機構と言い、特に４つのリンクが平行四辺形の形をし、それぞれの相対するリンクが平行で長さが等しい機構のことを平行クランク機構と言う。

クランク a または c が原動節として回転するとき、リンク b は固定された節 d に対して平行を保ったまま運動を行なう。

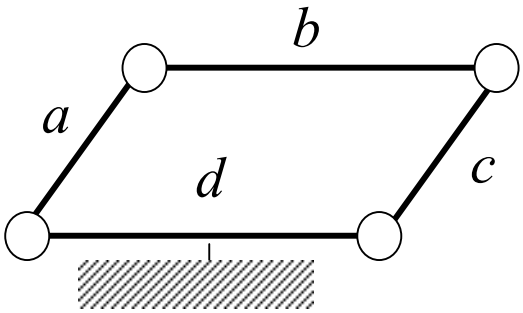


図４－３３　平行クランク機構

平行リンク機構を応用した機構にパンタグラフ機構がある。パンタグラフ機構はリンクの動きを拡大・縮小する機構として知られ、電車の集電装置（パンタグラフ）などに使用されている。

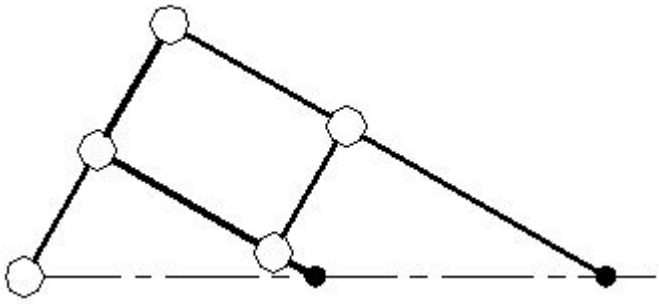


図４－３４　パンタグラフの拡大・縮小機構

平行運動機構の応用例として、電車のパンタグラフの他、自動車関連ではワイパー機構や操舵機構の一つであるアッカーマン-ジャントー機構などがある。製図機の平行定規にも使われている。

ａ．車のワイパー機構

1 つのモータ軸から 2 つのワイパーを平行に保ったまま揺動運動させるために平行クランク機構が用いられている。

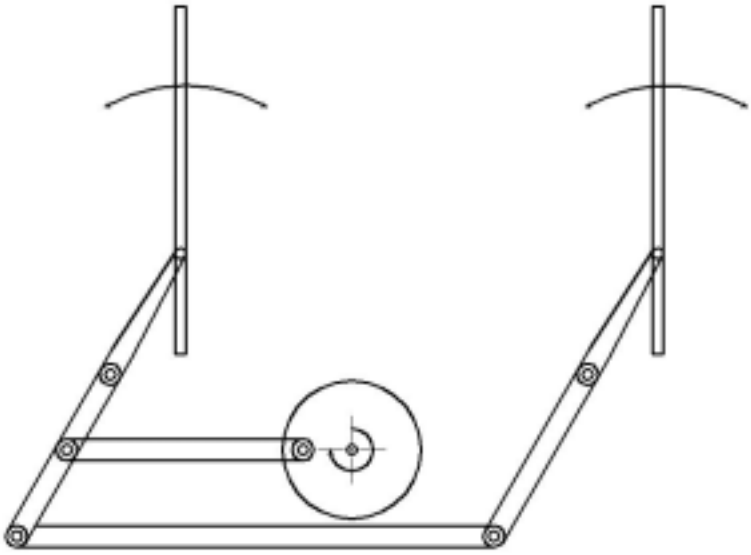


図４－３５　２本式ワイパー機構

ｂ．アッカーマンージャントー機構

車などで方向を変える操舵装置として、車輪（前輪）をハンドル従って、左右に旋回させる機構である。イギリス人のアッカーマン（Rudolph Ackerman）とフランス人のジャントー（Charles Jantaud）が考案した。（現在の自動車ではラックアンドピニオン機構を用いたパワーステアリング機構などが採用されている。）

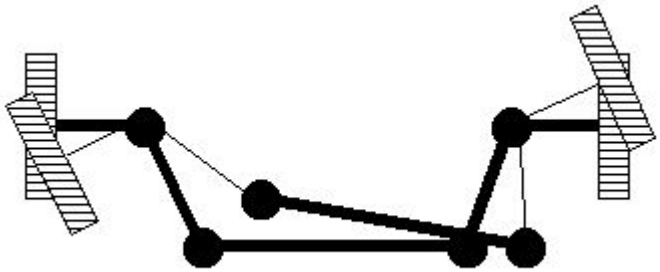


図４－３６　アッカーマンージャントーの舵取り機構

（６）トグル機構による直線運動機構

トグル機構(toggle joint)とは、2 つのリンクと 1 つのスライダから構成される機構で、図４－３８のように 2 つのリンクの結合点を力 F で押すと、スライダが右へ移動し、スライダとリンクが同一直線上に配置される。トグル機構は倍力機構のひとつで、小さな力の入力で大きな力の出力を得ることのできる機構である。空気圧シリンダ等でリンクの結合点を押し、2 つのリンクが直線上になるところで、スライダを押す力が最も大きくなる。

例えば、昔の電車のドア開閉機構はトグル機構が使われていた。ラッシュアワーで閉まりかけているドアに飛び込む乗客がいた。ドアが大きく開いている時、つまり 2 節間の角度 α が 90°程度の時はドアに挟まれても人の力で押し返すことができるが、ドアが閉まりかけている時、つまり角度 α が 180°近くの時は人の力では押し返すことのできない力が放出され、人が挟まれていた。このようにトグル機構は 2 節間の角度 α が大きくなるにつれて大きな力を得ることができる。理論上は無限大の力を得ることができ、その関係式とグラフを図４－３９に示す。

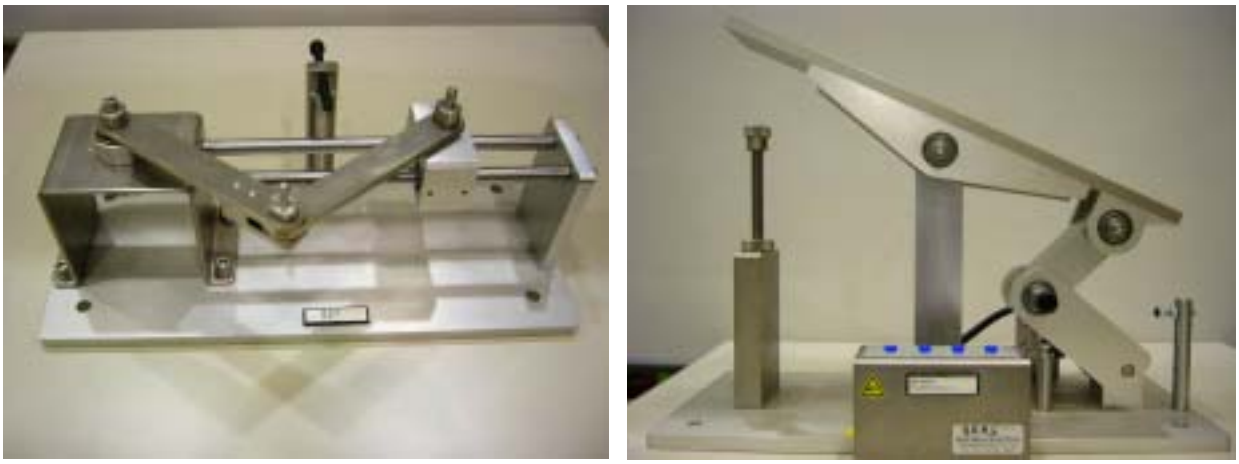


図４－３７　トグル機構

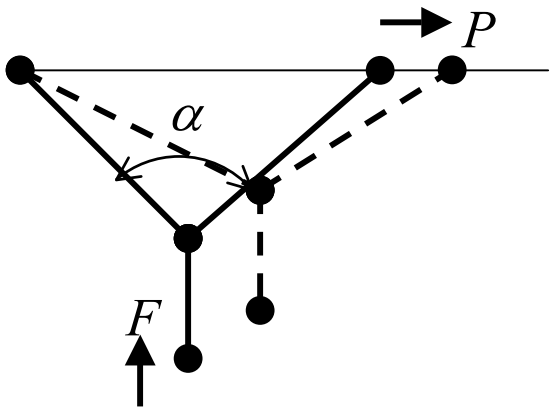


図４－３８　トグル機構の力特性

トグル機構の力特性は入力を F、出力を P とすると、次の式により求めることができる。

$$\frac{1}{2}\times\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)=\frac{P}{F}$$

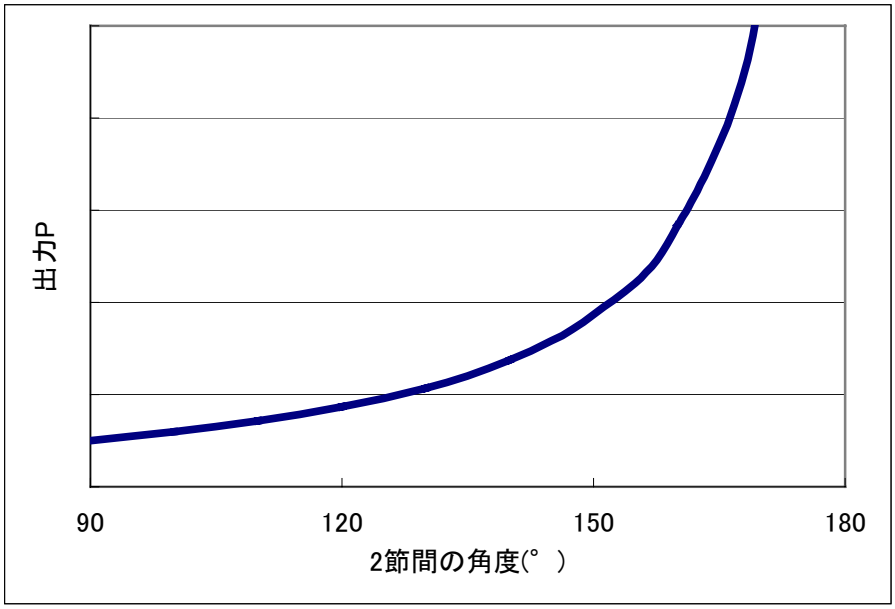


図４－３９　トグル機構におけるスライダの力特性

トグル機構の応用例は様々あり、前述したドアの開閉機構の他、射出成型機のトグル式型締機構（シングルリンクトグル式、ダブルリンクトグル式）や金属プレス機械のナックルプレス等がある。

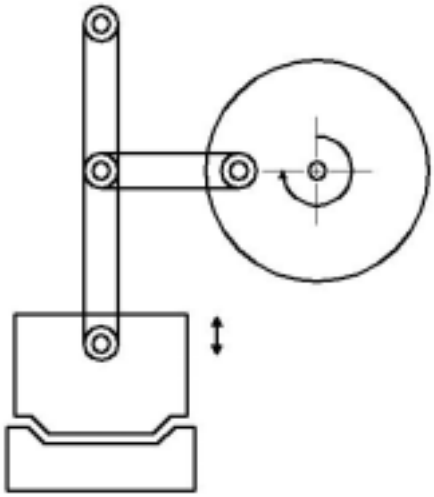


図４－４０　　ナックルプレス機械

４－３　カム機構

（１）　カム機構の構造

カム機構(cam mechanism)は原動節の回転運動や並進運動を従動節に運動を伝達し、並進運動や揺動運動に変換することができる。一つ一つの従動節の運動に対してそれぞれのカム(cam)があり、その形状は求める運動ごとに異なる。従動節はカムの輪郭（cam profile）に沿って運動するため、正確な運動を実現することが可能となる。ただし、一つの運動に対して一つのカムが必要となり、可変性のあるメカニズムには不向きである。従って、カムをサーボモータに置き換える例が見受けられるが、次に示す特徴から自動車のエンジンや自動化機械をはじめとする機械から玩具まで様々な分野で使われている。

① カム形状によっては複雑な運動が実現することができる
② 高速運動にも遅れることなく運動を実現することができる
③ 安定性がある

また、カムは市販品および規格品ではないので、目的としたい運動からカムの輪郭を設計し、マシニングセンタなどの工作機械で加工し製品化することになる。

従動節のアームが揺動運動を行なう平面カムを例にカム機構の構造を図４－４３に示す。

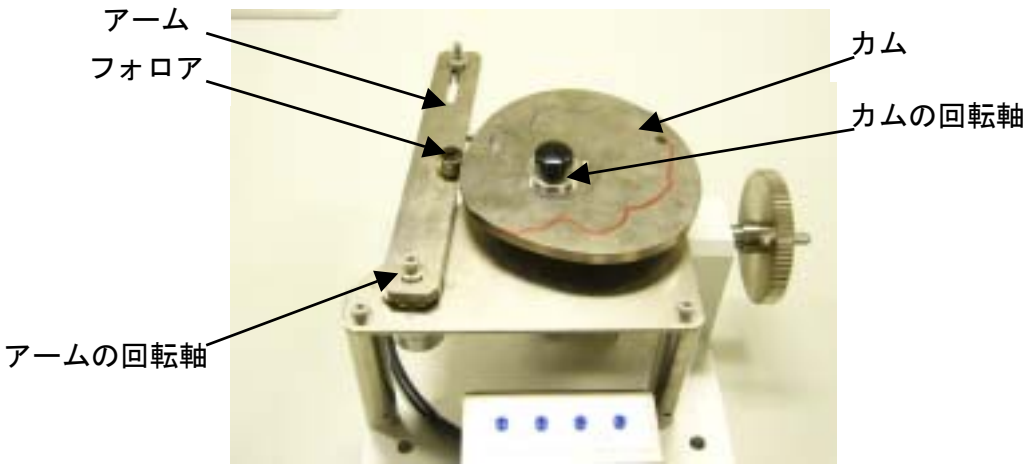


図４－４３　カム機構の構造

（２）カム機構の分類とカムの種類

カムにはその運動の数だけカムの輪郭があり、拘束の形態や従動節の運動の種類・範囲などから次のように分類することができる。これらを目的の運動に応じて最適な状態になるように組み合わせることがカムの設計である。

① 原動節の運動とその特性
② 従動節の運動とその特性、動作範囲
③ カムの輪郭形状（平面カム、立体カム）
④ 従動節の拘束の形態（溝カム等のカム自身による拘束か、バネ等による外部拘束か）
⑤ 接触子の形状（尖端、円端、平端）

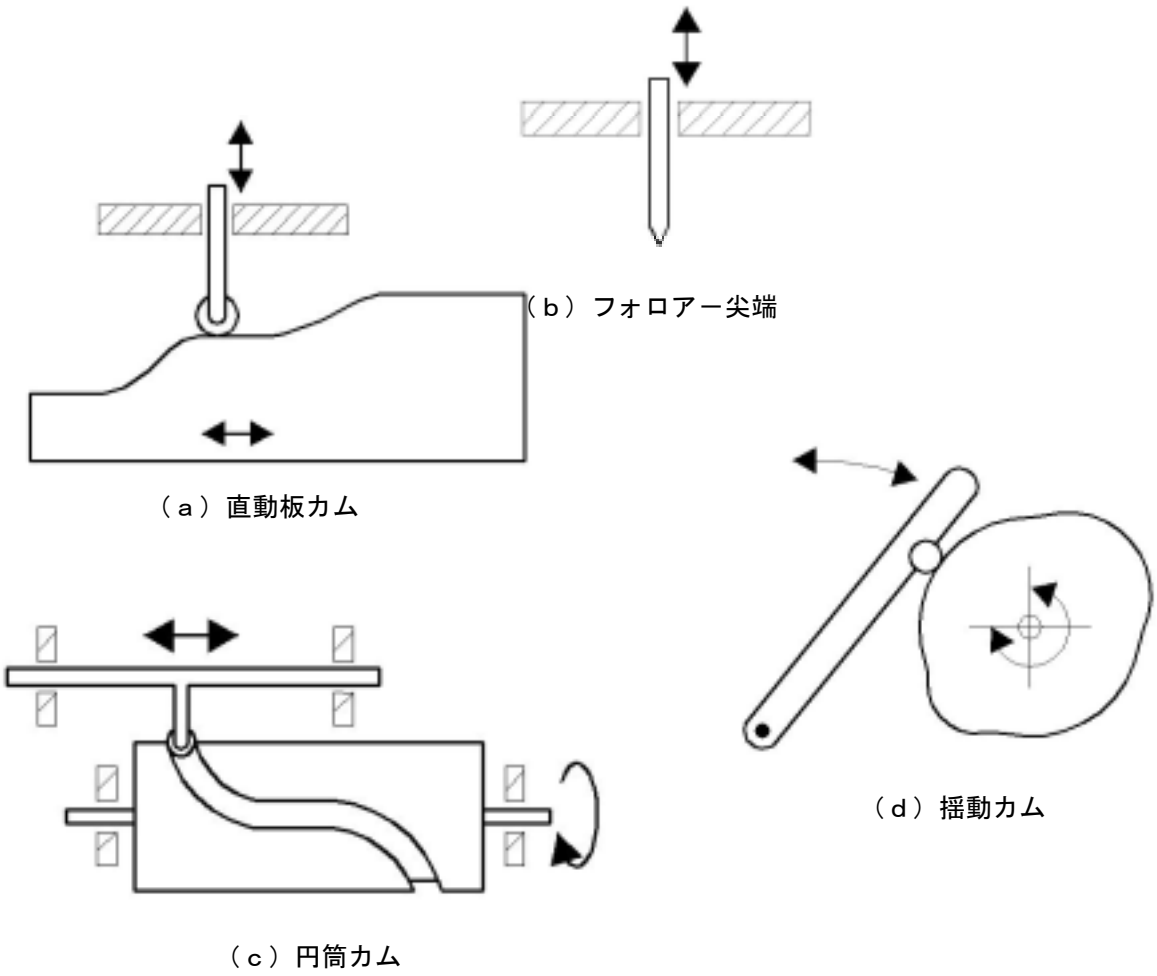


図４－４４　カム機構の種類

（３）カム線図とカムの輪郭

カムを設計するには従動節が原動節に対してどのような運動をするのかを定義しなければならない。横軸を時間（角度)、縦軸を従動節の変位としてあらわした図をカム線図（cam chart）と言う。回転するカムの場合、原動節の１回転が横軸となり、１回転に対し 360 度となるので、原動節の１回転に要する時間が角度と等価の関係になる。

図４－４５はカムの回転運動を揺動運動のアームに伝え、連接棒を介してスライダを並進運動させる機構である。スライダの並進運動にカム線図に示す運動を与え、その始端と終端を滑らかに結ぶことでカムの輪郭を導き出した。

カム線図は 0°から 90°の時に変位が 50mm 上昇（図中の a の部分）し、90°から 240°の時は 50mm の状態を保持（ｂ）している。前者の動きをリフト（lift)、後者の動きをドゥエル（dwell）と言う。

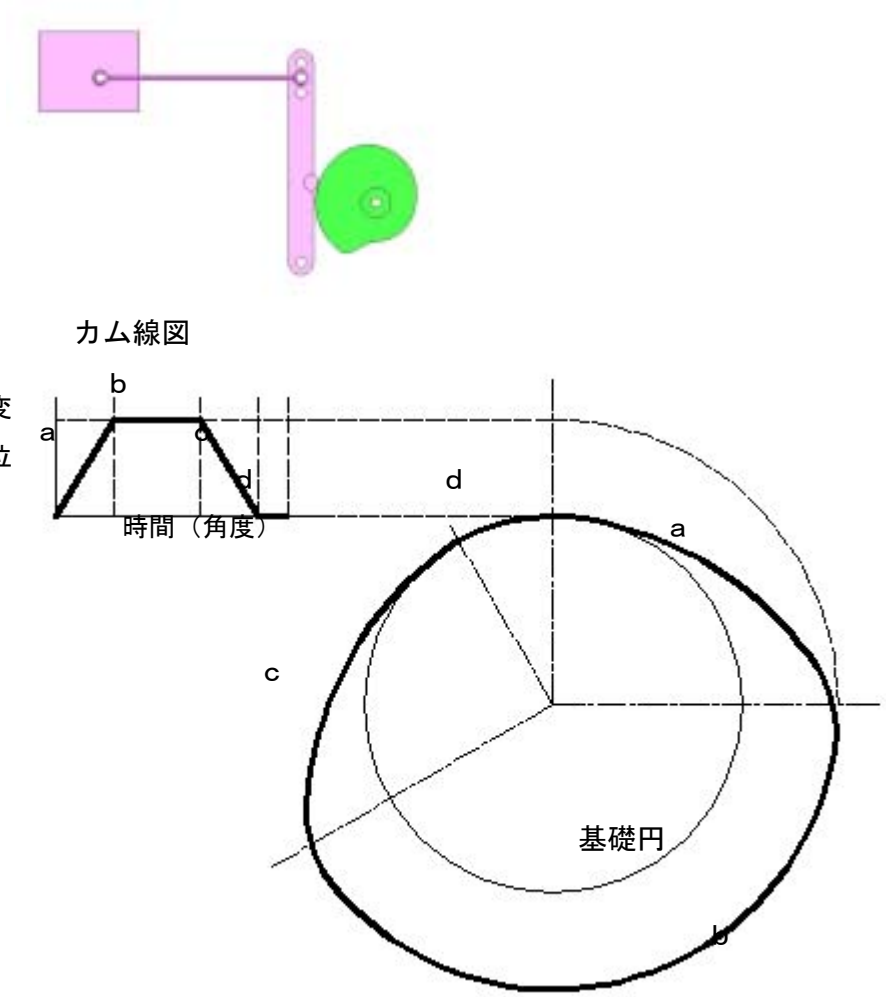


図４－４５　カム線図とカムの輪郭

（４）　カム曲線

図４－４５のカムはカム線図のリフトの始端と終端を滑らかに結ぶことでその輪郭を求めた。カム機構はカムとフォロアを常に接触させることで目的の運動を再現するが、リフトの始終端付近では速度が急に変化し、加速度が大きく変動する。加速度の変動はカムがフォロアを大きな力で押すことになり、場合によってはカムからフォロアが浮くこともある。このため、リフトの始終端では速度の変化を小さくし、滑らかに結ぶことが求められている。（当然ながら、バネなどで拘束もする。）

従って、高速運転を行なう機械や位置決め精度を良くしたい機械には、速度や加速度の運動特性に配慮する必要がある。「加速度を小さくしたい」、「ワークが重荷重である」などの従動節の運動を満たすために、その滑らかさを定義する方法としてカム曲線がある。

カム曲線はカムの輪郭を表しているのではなく、従動節の運動曲線のことである。多くのカム曲線が開発されており、目的の運動に対して最適な運動曲線（速度や加速度、躍動等）を検討することができる。代表的なカム曲線として、ユニバーサル曲線に分類される変形台形曲線や変形正弦曲線、変形等速度曲線などがある。

また、カム曲線はカムの設計だけでなく、サーボモータのコントロールなどにも応用されている。

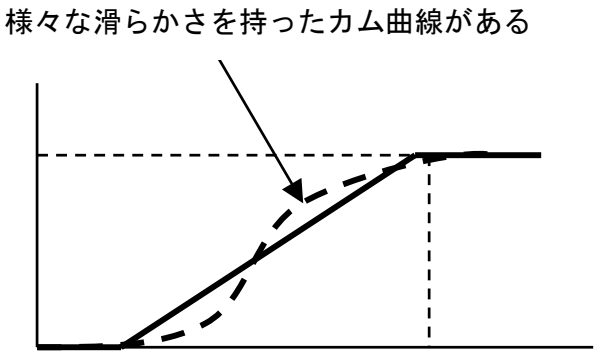


図４－４６　タイミング線図とカム曲線

（５）カム曲線と無次元化

カム曲線とは従動節の運動曲線のことであり、従動節以降のワークにどのような運動をさせるのかを検討し、従動節の運動に対し最適なカム曲線を選択する。例えば、「目的とするワークが重荷重である」とか、「高速な運動である」などがこれに該当する。この選択を間違うと、最適な運動を再現することができず、ワークの位置決め精度などに影響を及ぼすことになる。

従動節の運動は「時間 t が 0 から t_h の間に従動節の変位 s が 0 から s_h まで動いた」ときの変位 s と時間 t の関数で表すことができ、これを無次元化したものをカム曲線と言う。

$$s = s(t)$$

この変位式を時間ｔで微分すると速度、さらに微分すると加速度、さらに躍動を求めることができる。これらの関数式には単位があるので、有次元値となる。（変位：mm、速度：mm/s、加速度mm/s^2、躍動mm/s^3）

無次元化とは図４－４７のように、時間ｔが０からt_hに動くときを０から１に動くと定義し、同様に変位ｓも０からs_hへの運動を０から１に動くと定義することである。つまり、無次元化とは有次元の運動を０から１への変化の割合に置き換えることを言う。

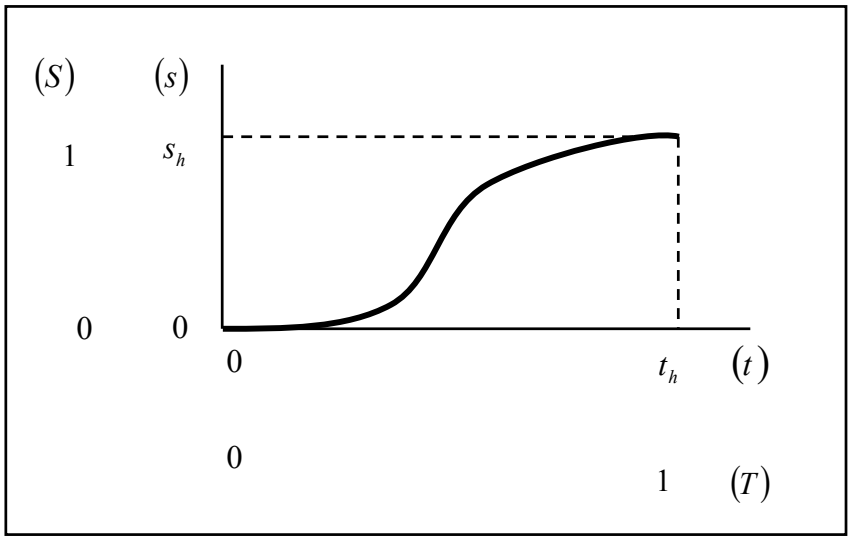


図４－４７　　カム曲線の無次元化表示

表４－５　カムの無次元化変位・速度・加速度

有次元値		無次元値	
変位	$s = s(t)$	**無次元変位**	$S = S(t)$
速度	$v = \dfrac{ds}{dt}$	**無次元速度**	$V = \dfrac{dS}{dT}$
加速度	$a = \dfrac{dv}{dt} = \dfrac{d^2 s}{dt^2}$	**無次元加速度**	$A = \dfrac{dV}{dT} = \dfrac{d^2 S}{dT^2}$

無次元化した変位、速度、加速度のことを無次元化変位、無次元化速度、無次元化加速度と言い、それぞれの最大値を最大無次元化速度、最大無次元化加速度と表す。Ｑは負荷の慣性に基づくカム軸トルクのことで、その最大値を最大無次元慣性トルクのことである。

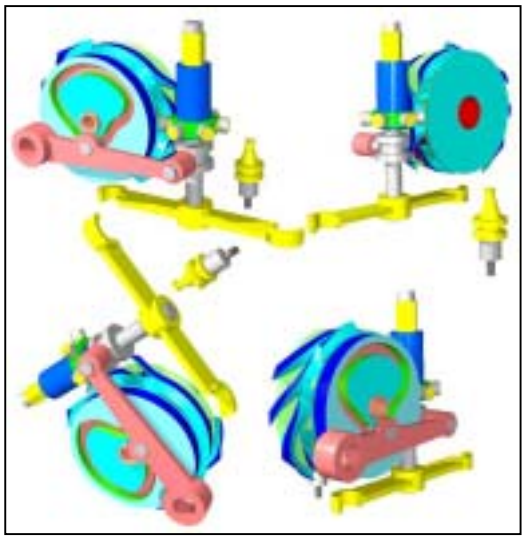
$$Q = V \times A$$

表４－６　代表的なカム曲線

曲線名	特徴	Vm	Am	Qm
等加速度（PB） parabolic	加速度が最も小さいという特徴がある反面、加速度が不連続であるので振動の原因となる。	2.000	±4.000	8.000
正弦 harmonic	加速度が不連続な曲線のため振動を起こしやすい。	1.571	±4.935	3.876
サイクロイド（CY） cycloidal	速度、加速度等が表中で最も大きいが、加速度の連続性が保たれている。古くからある曲線	2.000	±6.283	8.162
変形台形（MT） modified trapezoid	標準的な曲線である。加速度が低く連続性が保たれているので、高速軽荷重に向いている。	2.000	±4.888	8.090
変形正弦（MS） modified sine	標準的な曲線である。Qmが小さいのでトルクを抑えることができる。最もよく使われる曲線である。	1.760	±5.528	5.458

（６）カム機構の応用例

カム機構は古くから使われており、様々な分野で使われている。例えば、自動化・省力化機械のピックアンドプレース装置や工作機械におけるマシニングセンタの自動工具交換装置などがある。また、ロボットや玩具にも応用されており、簡易型 2 足歩行ロボットなどでも見ることができる。



（出典：アライエンジニアリング http://www.kumagaya.or.jp/~tarai/）

図４－４８　マシニングセンタの自動工具交換装置

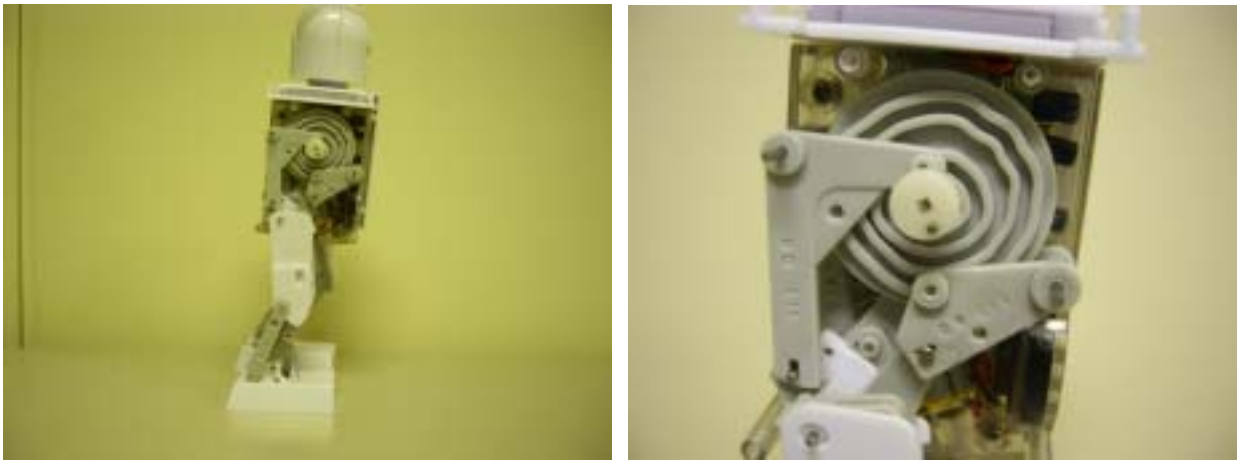


図４－４９　簡易 2 足歩行ロボットの歩行制御用溝カム

４－４　歯車機構

（１）歯車の種類

歯車機構は回転軸の向きから、平行な 2 軸からなる「円筒歯車」と互いに交わる「かさ歯車」、および 2 軸が平行でもなく交わることもない「食い違い歯車」に分類することができる。

ａ．円筒歯車の種類

【平歯車】(spur gear)

- 2 つの平行な軸間で使用する。
- 歯すじが軸に対して垂直である。
- スラスト方向への力は生じない。

図４－５０　平歯車（出典：小原歯車工業株式会社 http://www.khkgears.co.jp/）

【はすば歯車】(herical gear)

- 2 つの平行な軸間で使用する。
- 歯すじが弦巻状になっている。
- 滑らかにかみ合うので大きな力を伝達可能。
- スラスト方向への力が生じる。

図４－５１　はすば歯車（出典：小原歯車工業株式会社 http://www.khkgears.co.jp/）

【ラックとピニオン】(rack & pinion)

- 回転運動を直線運動に変換する。
- 均等変換機構である。

図４－５２　ラックとピニオン（出典：小原歯車工業株式会社 http://www.khkgears.co.jp/）

ｂ．かさ歯車の種類

【すぐばかさ歯車】(bevel gear)

- 歯すじがピッチ円すいの母線と一致する。

図４－５３　すぐばかさ歯車（出典：小原歯車工業株式会社 http://www.khkgears.co.jp/）

【まがりばかさ歯車】(spiral bevel gear)

- 歯すじが曲線でねじれている。

図４－５４　まがりばかさ歯車（出典：小原歯車工業株式会社 http://www.khkgears.co.jp/）

ｃ．　食い違い歯車の種類

【ウォーム歯車】(worm gear)

- 回転運動を直角に変換する。
- 減速比が大きい。
- ウォームが原動車、ウォームホイールが従動車で、その逆は動かない。

図４－５５　ウォーム歯車（出典：小原歯車工業株式会社 http://www.khkgears.co.jp/）

（２）歯車の各部名称

歯車の各部名称及び主要寸法の算出方法を図４－５６と表４－７に示す。

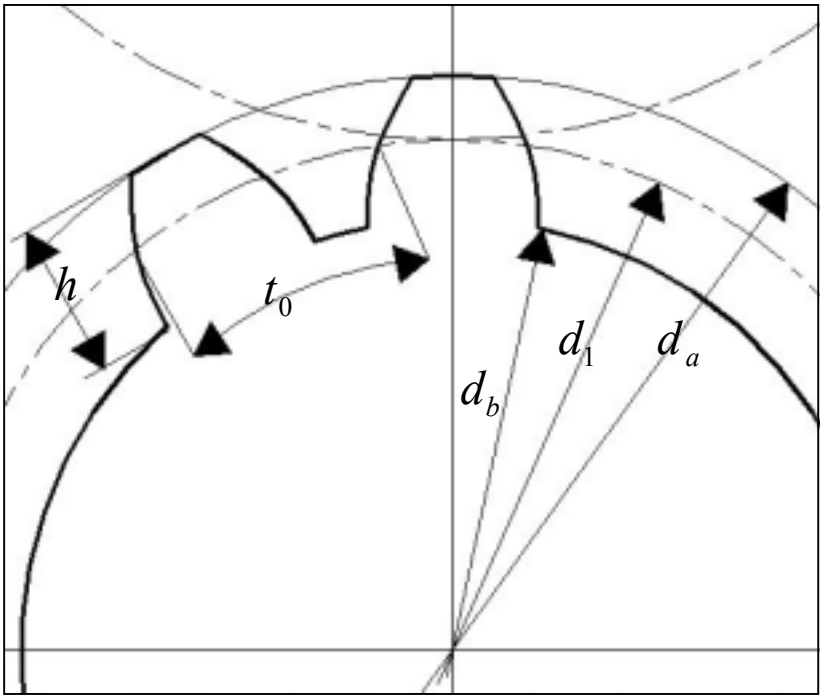


図４－５６　歯車の各部名称

表４－７　歯車の主要寸法

名称		計算式
ピッチ円直径 pitch ciercle	d_1	$d_1 = z_1 m$、$d_2 = z_2 m$
歯先円直径 tip circle	d_a	$d_{a1} = (z_1 + 2)m$、$d_{a2} = (z_2 + 2)m$
基礎円直径 base circle	d_b	$d_{b1} = z_1 m\cos\alpha_c$、$d_{b2} = z_2 m\cos\alpha_c$
円ピッチ circular pitch	t_0	$t_o = \pi m$
全歯たけ whole depth	h	$h = 2m + c_k$
中心距離 center distance	a	$a = \dfrac{z_1 + z_2}{2} m$

（３）歯車列

2 つ以上の軸間で動力を伝達するために複数の歯車を組み合わせることを歯車列(gear train)と言う。例えば、原動機の回転数を減少させる減速機や自動車のエンジン出力を車輪に伝える機構などで見ることができる。後者の例で、自動車の旋回時に自動車後輪間で回転数に差があらわれるが、これは歯車列の応用例である差動歯車機構が用いられている。このように歯車列は複数の軸間で運動と力を伝達する機構として多く見受けられる。

歯車列は回転軸の動きによって次の２つに分類することができる。図４－５７の歯車ａと歯車ｂは互いにかみ合い回転しているとする。回転軸を結んでいる腕が固定されている歯車列を中心固定の歯車列(gear train of fixed center)と言い、腕も歯車ａの回転軸を中心に回転する歯車列を中心移動の歯車列(gear train of moving center)と言う。

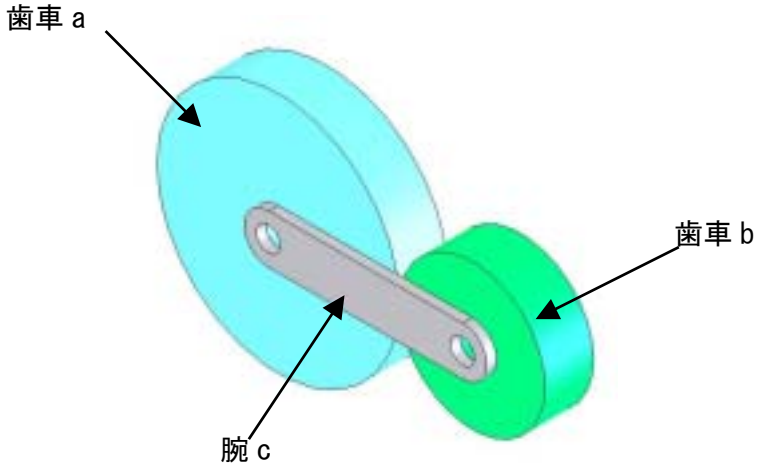


図４－５７　中心固定の歯車列と中心移動の歯車列

また、歯車列は歯車の位置によって、外歯車(external gear)、内歯車(internal gear)、遊び歯車(idle gear)の 3 つの歯車に分類することができる。外歯車は 2 つの円筒の外側同士がかみ合っている状態であり、内歯車は、円筒の内側に歯が付き、中に小さな外歯車がついている状態のことである。

（ａ）外歯車　　（ｂ）内歯車　　（ｃ）遊び歯車

図４－５８　歯車列の種類

（４）速度比とトルクの伝達

ａ．速度比

歯車列を使った歯車機構を考えるには、速度比(speed transmission ratio)や回転トルクなどを検討しなければならない。速度比 n は次のように 2 つのかみ合う歯車の回転数の比および歯数比で表すことができる。

$$n = \frac{N_2}{N_1} = \frac{\varpi_2}{\varpi_1} = -\frac{z_1}{z_2}$$

N_1 ：歯車 1 の回転数、N_2 ：歯車 2 の回転数

ϖ_1 ：歯車 1 の角速度、ϖ_2 ：歯車 2 の角速度

z_1 ：歯車 1 の歯数、z_2 ：歯車 2 の歯数

速度比が 1/10 の場合、原動軸側の歯車 1 が 10 回転する間に従動軸側の歯車 2 が 1 回転することを意味するので、

$$n = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{10}$$

となる。このように、複数の歯車をかみ合わせて原動機の回転数を減少させる減速機は速度比が 0 より小さい値になる。

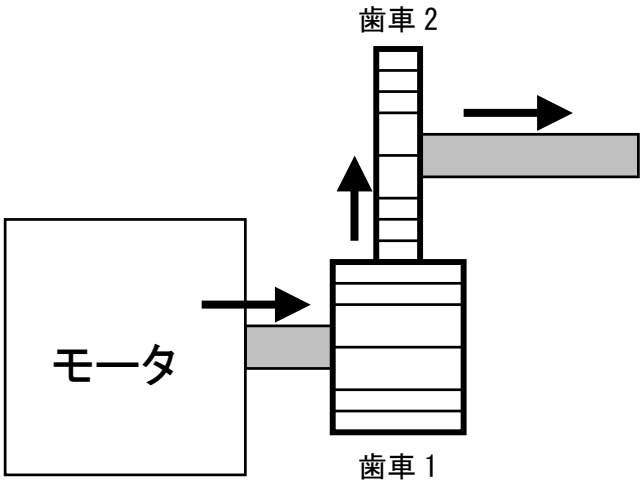


図４－５９　減速比の求め方

また、図４－６０のようにいくつかの歯車対を組み合わせた場合の速度比は次のようになる。

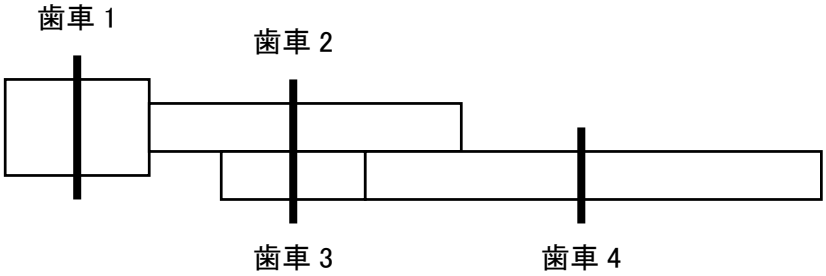


図４－６０　複数の歯車対における減速比

表４－８　複数の歯車対における減速比の求め方

名称	回転数	計算式	
歯車１	N_1	$n_{12}=\dfrac{N_2}{N_1}$	
歯車２	N_2		
歯車３	N_3		$n_{34}=\dfrac{N_4}{N_3}$
歯車４	N_4		

$$n_{14}=n_{12}\times n_{34}=\frac{N_2\times N_4}{N_1\times N_3}=\frac{N_4}{N_1}$$

この場合、N_2 と N_3 は同じ回転数なので、速度比 n_{14} は歯車 1 と歯車 4 の回転数のみを考慮すれば良いことになる。

ｂ．トルクの伝達

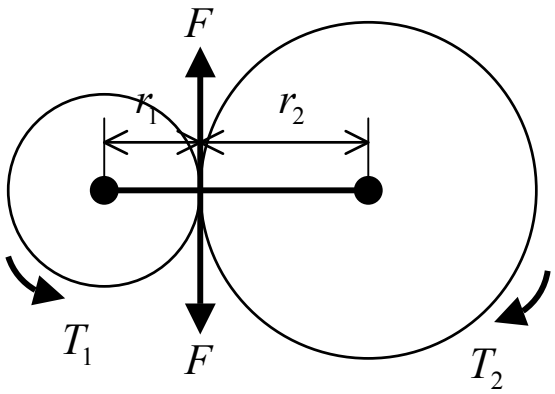


図４－６１　トルクの伝達

歯車列にて検討しなければならない項目として、回転トルクがある。歯車は回転数の伝達のほかに回転に伴う力も伝達している。図４－６１に示すように歯車１が歯車２を押す力を F とすると、歯車を回転させるトルクは力 F に半径を乗じた値となる。

歯車１の回転トルク　：　$T_1=Fr_1$

歯車２の回転トルク　：　$T_2=Fr_2$

従って、F の値が等しいので、歯車２が歯車１から受けたトルクは次のようになる。

$$T_2=\left(\frac{r_2}{r_1}\right)T_1$$

減速機の場合、速度比が示すように回転数は減少するが、モータのトルクは拡大することがわかる。

しかし、伝達効率は構成する歯車の種類により大きく異なる。例えば、平歯車は伝達効率が良く 90%以上になるが、ウォーム歯車は 50%程度まで下がる。トルクの伝達は速度比 n に伝達効率を乗じるので平歯車では次のようになる。

$$\eta = 0.9n$$

また、図４－６０のように複数の歯車を組み合わせた場合、伝達効率と減速比は次のようになる。

伝達効率　：　$\eta_{14} = \eta_{12} \times \eta_{34}$

速度比にばかりとらわれると、伝達効率が思いのほか低くなることがあるので注意が必要である。

（５）遊星歯車と差動歯車

中心移動の歯車列のうち、歯車や腕の動きによって遊星歯車機構(planetary gears)と差動歯車機構(differential gears)に分類することができる。これらは 2 つの歯車とその回転軸間に通す腕から構成される機構で、歯車 a と歯車 b は互いにかみ合っている歯車列である。

ａ．遊星歯車機構

遊星歯車機構は歯車 a が固定され、その周りを歯車 b と腕 c が回転する運動となる。
運動は歯車 b または腕 c に回転運動を定義することで実現する。この図４－６２から連想できるように遊星歯車機構は大きな歯車（歯車 a）の周りを小さな歯車（歯車 b）が回っているように見え、太陽と惑星の運動に例えられ、歯車 a を太陽歯車(sun gear)、歯車 b を遊星歯車(planet gear)、腕 c を遊星腕（別名　キャリア carrier）と呼ぶ。
遊星歯車機構における歯車 b の回転数と歯数の関係を表４－９、１０に示す。

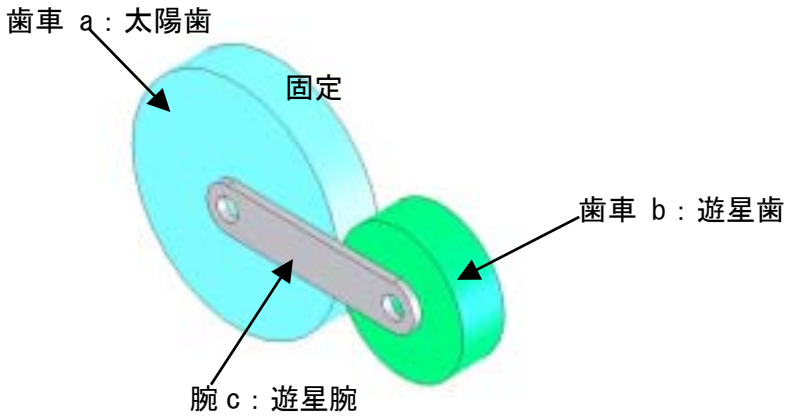


図４－６２　遊星歯車機構

表４－９　各要素の条件

名称	回転数	歯数
歯車 a	0	z_a
歯車 b	N_b	z_b
節 c	N_c	－

表４－１０　遊星歯車機構ののり付け法による計算

	歯車 A	歯車 B	腕 C
全体固着	N_c	N_c	N_c
腕固定	$-N_c$	$N_c \times \frac{z_a}{z_b}$	0
結果	0	$N_c + N_c \times \frac{z_a}{z_b}$	N_c

従って、歯車 a は固定されているので 0 となり、腕 c が N_c で回転するとき、歯車 b の回転数は $N_b = \left(1 + \frac{z_a}{z_b}\right) \times N_c$ となる。

b．差動歯車機構

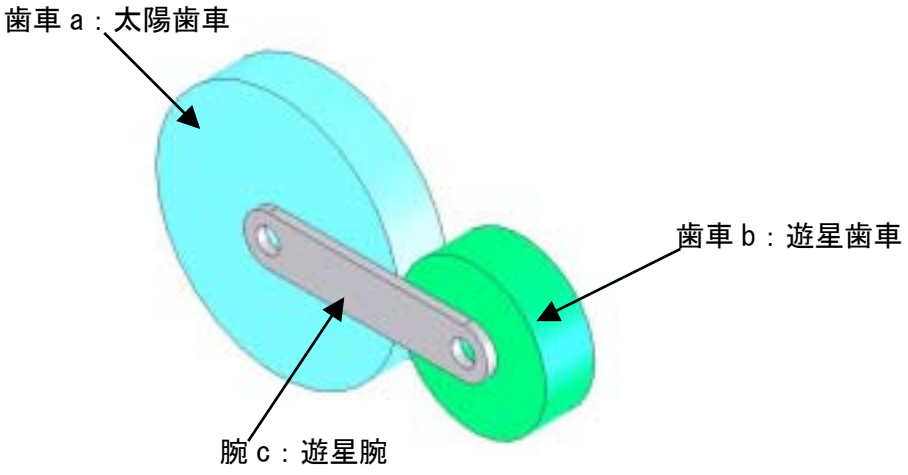


図４－６３　差動歯車機構

表４－１１　各要素の条件

名称	回転数	歯数
歯車 a	N_a	z_a
歯車 b	N_b	z_b
節 c	N_c	－

図４－６３のように歯車 a を原動節とし、歯車 b と腕 c がそれに順じて回転する機構を差動歯車機構と言う。差動歯車機構における各歯車の回転数と歯数の関係をのり付け法で求めると次のようになる。

表４－１２　差動歯車機構ののり付け法による計算

	歯車 A	歯車 B	腕 C
全体固着	N_c	N_c	N_c
腕固定	$N_a - N_c$	$-(N_a - N_c)\times\frac{z_a}{z_b}$	0
結果	N_a	$N_c - (N_a - N_c)\times\frac{z_a}{z_b}$	N_c

従って、歯車 a と腕 c がそれぞれ N_a、N_c 回転するとき、歯車 b は $N_c - (N_a - N_c)\times\frac{z_a}{z_b}$ 回転することになる。

４－５　間欠運動機構（ゼネバ歯車）

原動節の一定した運動に対して、従動節は運動と停止を繰り返す機構を間欠運動機構(intermittent motion mechanism)と言う。代表的な例として、ゼネバ歯車(geneva wheel)や立体溝カム、ローラギヤカムなどがある。本節ではゼネバ歯車について説明する。

ゼネバ機構は回転運動する原動節のピンが従動節のゼネバ歯車の溝に入り、回転運動を伝達する機構で、ピンの回転方向と溝の方向が一致するようにゼネバ歯車が回転する。ピンとスロットを使った早戻り機構（第４章２－５節参照）と同様の構造を見ることができる。

図４－６４　ゼネバ歯車（外歯）

原動節の回転に対する従動節の割り出し角は割り出し数によって決まる。例えば、従動節の割り出し数が 6 つの場合、その割り出し角 ρ は 60°、原動節の振り角 θ は 120°となる。

$\rho = 2\pi / n$　　n ：割り出し数

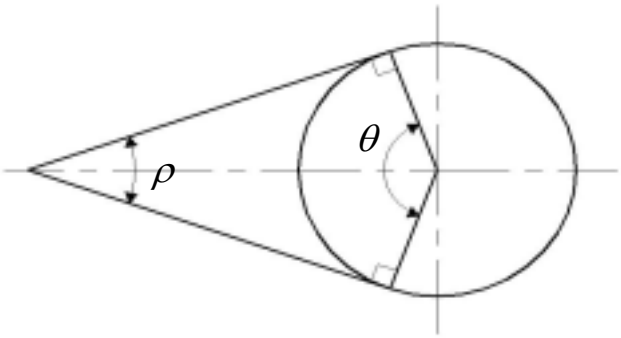


図４－６５　ゼネバ歯車の割り出し角度

一定運動の原動節に対する従動節の運動特性も割り出し数よって決まり、割り出し数が小さくなるにつれて最大角加速度が大きくなる特徴がある。

４－６　ねじ機構

回転運動を直進運動に変換する機構または直進運動を回転運動に変換する機構のひとつとして、ねじ機構(screw mechanism)がある。ねじには締結、運動伝達、微調整の 3 つの役割があるが、2 つめの運動・動力の伝達を目的としたねじの使い方である。ただし、目的とする運動に応じてねじ機構も様々あり、ねじの種類によってもその用途は異なる。例えば、大きな力を伴う旋盤の親ねじには角ねじが使われている。また、自動化・省力化機械の位置決め装置にはボールねじが多用されている。
ただし、移動量や駆動力などの基本的な力学は締結用のねじ、運動伝達用のねじも変わりなく、同じ計算式で設計検討することができる。

図４－６６　旋盤の親ねじ

図４－６７　位置決め装置

（１）直進運動量

入力軸の 1 回転を出力軸である直進運動の移動量（リード）を求めるには、条数とピッチから求める。ねじは円筒体の表面につるまき状の溝がまきついた形（ねじ山）をしており、1 本のつるまき線を 1 条ねじ、2 本のつるまき線を 2 条ねじと言い、複数のつるまき線の場合、総称して多条ねじと言う。
リード L は条数 n とピッチ p から次のようになる。

$$L = n \times p$$

（２）ねじの力学

ねじの力学はねじのつるまきが斜面になっていることから、ねじの回転トルクに対するねじの軸力を斜面に対して水平な力と垂直な力に分解することができる。

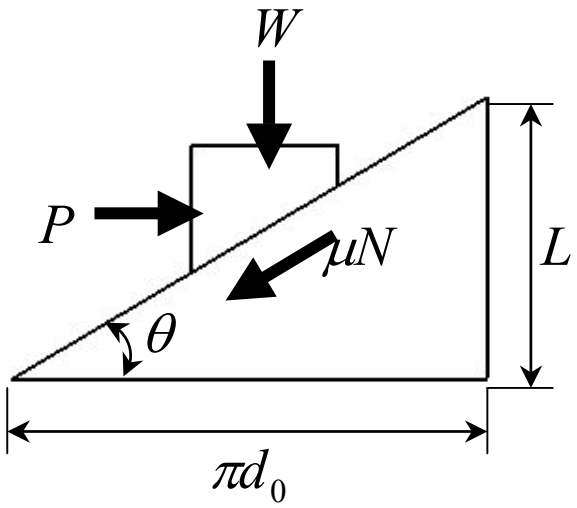


図４－６８　ねじの力学

ねじに荷重をW、水平力Pをとおくと、斜面に対して水平な力Sと垂直な力Nは次のようになる。

斜面に対して水平な力　$S = P\cos\theta - W\sin\theta$

斜面に対して垂直な力　$N = P\sin\theta - W\cos\theta$

また、ねじが回転し、斜面上の物体を押し上げるには、斜面に対して水平な力Sが摩擦力より大きくなければならない。摩擦係数をμとすると、次式を満たす必要がある。

$$S \geq \mu N$$

また、摩擦係数を$\mu = \tan\rho$とおき、WとPで斜面を押し上げる式を満たすには次式となる。（ρは摩擦角）

$$P = W\tan(\rho + \theta)$$

（３）ねじの効率

ねじの効率とは、回転トルクによる入力軸の仕事量と出力軸の推進力の変換効率をあらわすが、ねじの種類によってその値は様々である。ボールねじは90%以上の効率があるが、それ以外の一般的なねじは50%以下がほとんどで、三角ねじが20%程度である。

ねじの効率は「出力軸の仕事量／入力軸の仕事量」の他、ねじの摩擦係数μやリード角θなどでも表すことができる。

入力軸の仕事量　：　$P\pi d_0$

出力軸の仕事量　：　WL

従って、ねじの効率ηは

$$\eta = \frac{WL}{P\pi d_0} = \frac{W}{P}\frac{L}{\pi d_0} = \frac{\tan\theta}{\tan(\rho+\theta)}$$

となる。

（４）回転トルク

ねじ駆動機構は入力軸の小さな回転トルクから出力軸の大きな推進力を得ることができる機構である。ねじを回転させるのに必要なトルクは、回転トルクをT、水平力をP、リードをLとすると次のようになる。

$$T = \frac{d_0}{2}P$$

また、リード$L = d_0\pi$を代入すると、回転するのに必要なトルクは次のように表すこともできる。

$$PL = 2\pi T$$

参考文献

1.　高 行男 著：機構学入門、山海堂
2.　伊藤 茂 著：メカニズムの辞典、理工学社
3.　高野 政晴、遠山 茂樹 著：演習機械運動学、サイエンス社
4.　熊谷卓、実践自動化機械図解集、日刊工業新聞社、2001
5.　萩原芳彦、よくわかる機構学、オーム社、2001
6.　日本カム工業会技術委員会、カム機構図例集、日刊工業新聞、1999