

「おもしろ機構」 工作室Ⅲ

－少数歯インボリュートはすば歯車製作の今昔－

岐阜職業訓練支援センター 幾瀬 康史

1. はじめに

1枚歯と2枚歯のインボリュートはすば歯車を用いた歯車装置が、神奈川県相模原市にあった訓練大学校（現 職業能力開発総合大学校、小平市）の機械科実習場に長く展示され、モータのスイッチを入ると2組の歯車が互いにかみ合い滑らかに回転していた（図1参照）。

これらの歯車は、約45年前、訓練大学校の初代校長で歯車の権威であった成瀬政男先生のもとで製作されものである。私が初めて目にしたとき、その形状、特に曲面の美しさとその動きに魅了されたことを思い出される。現在は千葉の記念館に移され展示されているとのこと。そのときの驚きは大変大きくいつか作ってみたいと思っていた。その機会は平成10年に巡ってきた。当時まだ珍しかったターニングセンターが訓練に導入され、スパイラル加工が簡単

にできることを知り、この少数歯歯車の製作を試みた。初めて1枚歯のはすば歯車をターニングセンターで加工したときは加工条件がわからず、3昼夜かかったのを覚えている。しかし、だんだん形状が出来上がっていく過程で改めて形状の美しさに感動して、心がわくわくして出来上がるのが待ち遠しかったことが思い出される。そのとき試作した1枚歯歯車を図2に示す。さらに平成20年に5軸のマシニングセンタと5軸のCAD/CAMシステムを使用できる機会にも恵まれ、1枚歯、2枚歯、3枚歯のはすば歯車の試作を行った。いずれの加工法でも、ものづくりの面白さを教えてくれた貴重な経験であった。

少数歯インボリュートはすば歯車の製作は理論的にあまり難しくなく、歯車の原理を理解するのに適した課題である。そして形状は2.5次元であること



図1 汎用フライス盤による少数歯歯車



図2 ターニングセンターによる少数歯歯車

から形状的にはあまり複雑ではないので、ターニングセンターや5軸のマシニングセンタの訓練課題としてもよい課題である。何より形状が面白いためものづくりの面白さを伝え、訓練の動機づけに最適な教材になり得ると思われる。

そこで、今回、「少数歯インボリュートはすば歯車製作の今昔」と題して、成瀬先生のもとで当時作られた少数歯インボリュートはすば歯車の製作方法と筆者らが行ったターニングセンターによる製作方法、および5軸のマシニングセンタによる製作法について紹介したいと思う。

2. 少数歯歯車の形状

少数歯インボリュート歯車をホブ盤やギヤシェーパを用いて創成法により製作する場合、歯先のとがりやアンダーカットなどに問題があるため、標準平歯車で工具圧力角20度の場合17枚が限界となる。さらに、転移歯車にすると7枚まで製作することができる。そのため、6枚以下のインボリュート歯車を製作するには、エンドミルによる創成法による加工やワイヤーカットなどによる別な方法をとる必要がある。

また、平歯車はかみ合い率が1より小さくなる

と、回転を伝達することができなくなるため、少数標準歯車ではかみ合い率が1を切るため、はすば歯車にしてかみ合い率を1以上にする必要がある。さらにははすば歯車の歯筋はスパイラル曲線となるため、曲面切削ができる加工法が求められる。したがって、少数歯歯車には、インボリュートのはすば歯車が用いられ、エンドミルによる創成加工法がこれまで多く行われてきた。最近では、3次元CADを用いて光造形で作られているものも見かける。

なお、これまでに製作された少数はすば歯歯車は、理論的な検証の意味合いはあるものの加工時間が長く、かみ合い圧力角が50～70度程度あり伝達効率が非常に悪く、また、ねじれ角が大きいため軸方向の軸力が発生し、これまであまり実用としてはほとんど使用されていない。今後、新たな使用用途が見いだされることが期待される。

3. 汎用フライス盤による少数歯歯車の製作

成瀬先生のもとで行われた汎用フライス盤による少数歯歯車の製作では、はすば形状に加工することが求められるため、ドリルなどのねじれ溝の加工に用いられるスパイラル加工が適用された。図3に当時の歯車加工の様子を再現したものを示す。図のよう

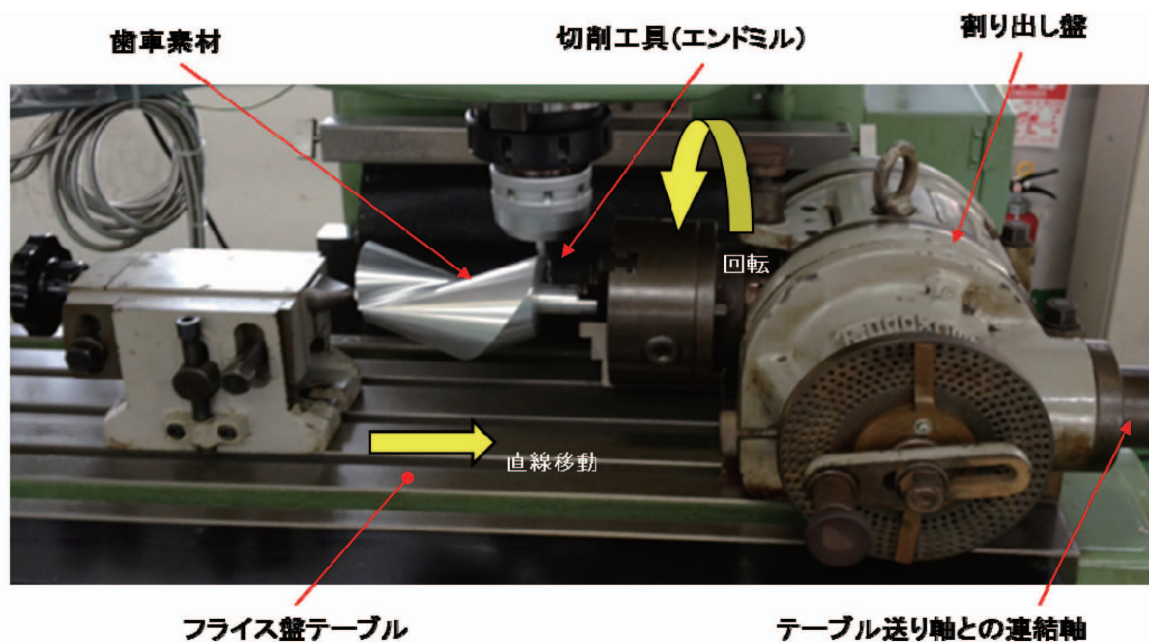


図3 フライス盤による少数歯歯車の加工（現存の装置で再現したもの）

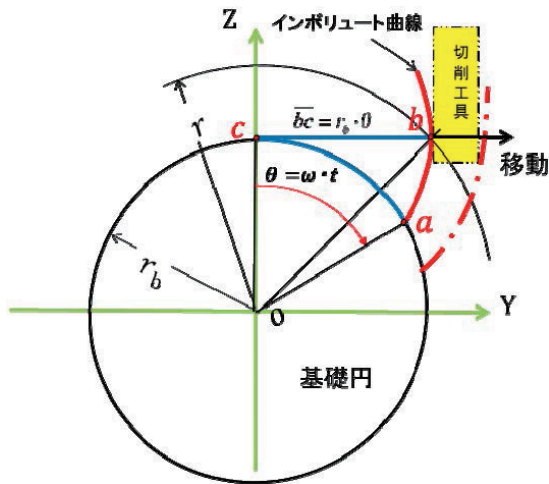


図4 フライス盤による加工原理

にフライス盤のテーブル上に割り出し盤を乗せ、割り出し盤の連結軸とテーブルの左右の送りねじの軸とを歯車を介して連動し、テーブルの直線移動と同時に歯車素材を回転して、スパイラル加工が行われていた。その切削工具にはエンドミルの側刃が使用された。なお、今回紹介する方法は、当時、実際に加工に携われていた広田平一先生（元職業能力開発総合大学校 精密機械工学科教授）から頂いた実習資料に基づいている。

3.1 フライス盤による加工原理

フライス盤による少数歯歯車の創成加工法の原理を図4に示す。インボリュート曲線は、円筒面に巻きつけた糸を、張力をかけながらほどくとき、糸の端点の描く曲線に相当する。図中の線分bcが糸に相当し、糸の端点がb点、開始点がa点となる。したがって、線分bcと円弧acは常に等しくなる。ここで、図のように常にc点が真上つまりZ軸上くるように基礎円を θ で回転すると、b点は常にY軸に平行にc点を通る直線上にあることになる。このとき、 $\angle coa$ を θ とし、 $\theta = \omega \cdot t$ で表せるとする。ただし、 ω は角速度、 t は経過時間示す。さらに基礎円の半径を r_b とすると、線分bcは次式で示される。

$$\text{円弧}ac = \overline{bc} = r_b \cdot \omega \cdot t \quad (1)$$

このことから、b点の座標を計算すると

$$Y = r_b \cdot \theta = r_b \cdot \omega \cdot t \quad (2)$$

$$Z = r_b \quad (3)$$

で表すことができる。

平歯車であれば、b点の座標値に工具径補正を考慮すれば、インボリュート曲線を切削ができる。しかし、少数歯歯車の場合、はすば歯車である必要があるため、ねじれ角を考慮して工具補正が必要がある。当時、基準をワークの端面（ $x = 0$ ）とワークの回転軸（ $y = 0$ ）として、図5に示す工具補正を手動で設定して、その後、スパイラル加工が行われ、この動作を繰り返すことで創成加工された。歯車の軸方向の補正 Δx と半径方向の径補正 Δy とすると、次の式が用いられた。

$$\Delta x = \frac{d}{2}(1 - \sin \beta) \quad (4)$$

$$\Delta y = \frac{d}{2}(1 - \cos \beta) \quad (5)$$

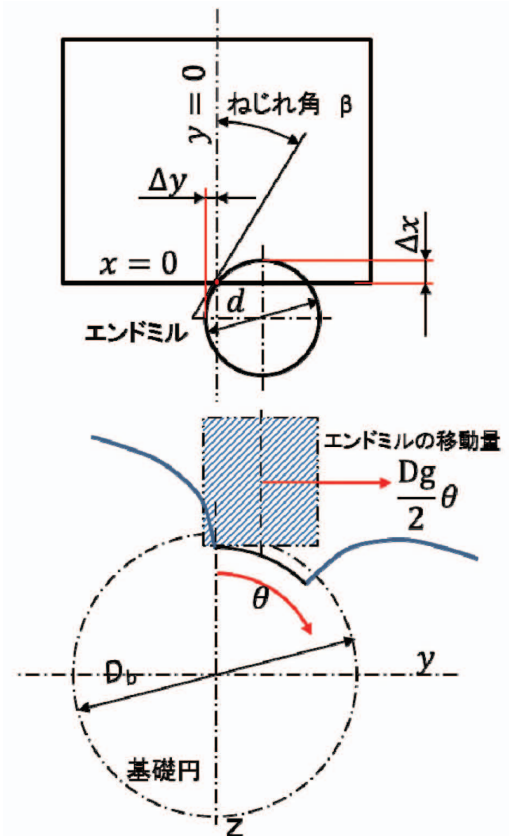


図5 はすば歯車の補正

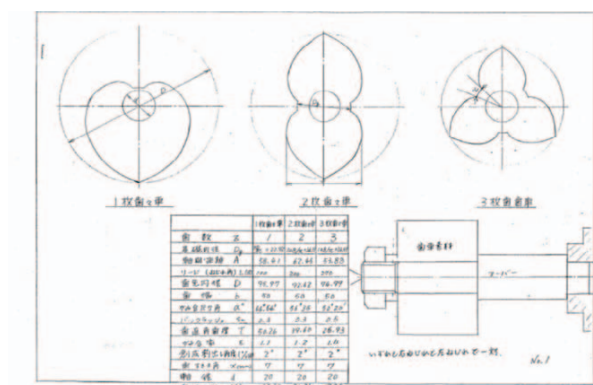


図6 切削技術実習の図面

3.2 実際の加工

当時、広田先生が訓練大学の切削技術実習に使用された1枚歯、2枚歯、3枚歯歯車の図面を図6に示す。それぞれ右ねじれと左ねじれで1対の歯車が製作されていた。工具の位置決めが手動であることから、基礎円半径がそれぞれ $72/\pi$ 、 $108/\pi$ とし、ワークの回転軸 θ を整数値回転（創成割り出し角度2度）したとき、 y 軸方向の移動量が目盛の整数倍になるように工夫して加工を簡単にしている。歯車の荒加工では、歯車素材の端面におうよその歯形をケガキで描き、そのケガキを目安に $\phi 12$ または $\phi 16$ エンドミルで加工を行っている。そして、仕上げ加工では、各歯車とも基礎円直径に対して歯先円直径が大きくなるので、切削中に切削工具、工具ホルダーとワークの干渉が生じやすいので、 $\phi 6$ ロングのスクエアエンドミルが使用していた。なお、 $\theta = 0$ では、歯車の歯先と歯底が干渉するので、基礎円

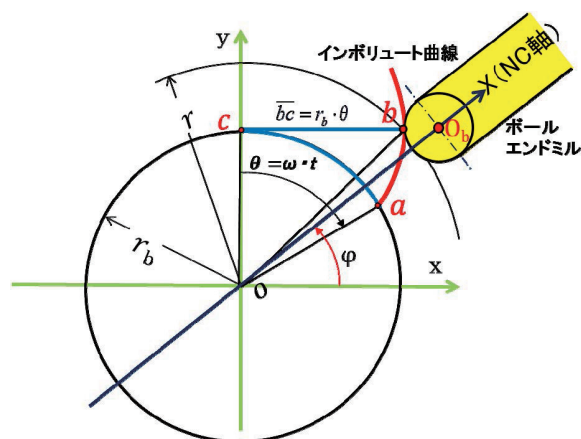


図7 ターニングセンターの加工の原理

に1mm程度食い込んで加工している

4. ターニングセンターによる少数歯歯車の製作法

一般に汎用のターニングセンターは、直交軸の3軸（ZXY軸）または2軸（ZX軸）と、回転軸C軸を持つ。しかし、Z軸とX軸の可動範囲は、数百mm程度あるが、Y軸の可動範囲は、非常に小さく50mm程度のものが多い。そのため、前項で示した成瀬先生らが行ったエンドミルの側刃を使う加工法は、Y軸の可動範囲を大きくとる必要あるため、Y軸をほとんど使用しない加工法に変更することが課題となる。実際に歯車の創成加工に使用したターニングセンターもY軸は0～50mmと小さい。そのため、ここではスクエアのエンドミルでなくボールエンドミルを使用し、図7のように常にエンドミル軸がNC工作機械のX軸と一致するように座標変換を行い、加工を行うことでY軸の移動量をX軸の移動量になるようにして問題を解消した。

はじめに計算簡単になるように図中のxy座標系でボールエンドミル基準位置 O_b の座標値を求め、次に O_b の座標値から ϕ の角度を求め、エンドミル軸とターニングセンターのX軸が一致するように座標変換して、実際の工具位置を決めている。

具体的には、図8に示すように O_b 点の位置ベクトル Q 、 b 点の位置ベクトルを P 、エンドミルの補

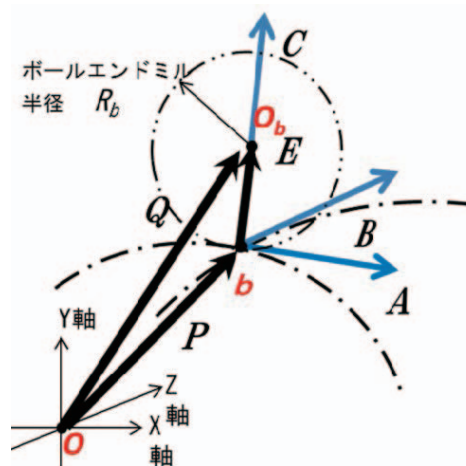


図8 ボールエンドミルの補正原理

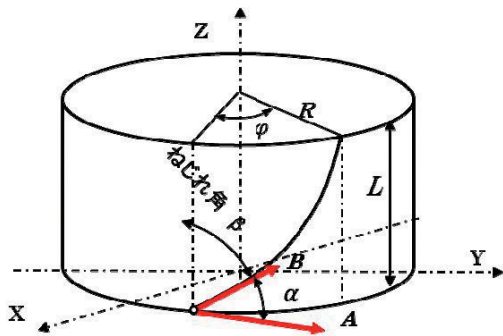
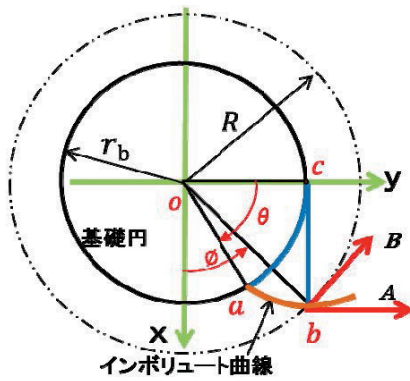


図9 歯面上の接線ベクトル

正ベクトルEとすると、位置ベクトルQは次式となる。

$$\mathbf{Q} = \mathbf{P} + \mathbf{E} = \mathbf{P} + \frac{\mathbf{A} \times \mathbf{B}}{|\mathbf{A} \times \mathbf{B}|} R_b \quad (6)$$

A, B : 歯面表面上b点の接線ベクトル

R_b : ボールエンドミルの半径

加工部品の表面上の任意の点を通る接線ベクトルA, Bは無限に存在するので、工具補正ベクトルを簡単に計算するためには、その中から適切な2つの接線ベクトル選択をすることが重要となる。はすば歯車は、軸方向の断面形状とねじれ角で決まるため、図9のように、1つは、歯車の断面形状つまりインボリュート曲線から求まる接線ベクトルAと、もう1つは、はすばによるねじれ形状あらわす、ねじれ方向（歯すじ方向）の接線ベクトルBをとると簡単に求めることができる。 α は、はすばのリード角（ねじれ角の余角）し、Lは歯幅、 r_b は基礎円の半径を示す。

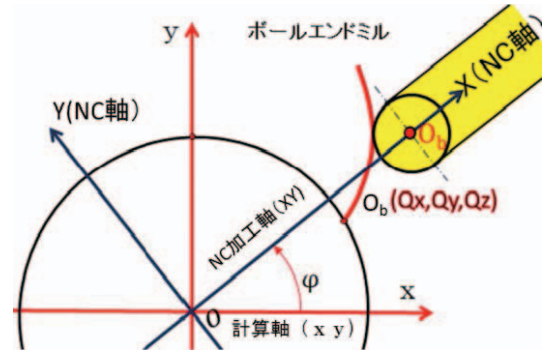


図10 座標変換

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \frac{1}{\sqrt{1-\theta^2}} \begin{bmatrix} -1 \\ \theta \\ \frac{L}{r_b \phi} \end{bmatrix} \quad (7)$$

両接線ベクトルからボールエンドミルの補正ベクトルEを求めると次のようになる。

$$\mathbf{E} = R_b \begin{bmatrix} \sin \alpha \\ 0 \\ \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (8)$$

b点の位置ベクトルは次式で示される。

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} R \cos \phi \\ R \sin \phi \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_b \\ r_b \cdot \theta \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

よって、ボールエンドミルの位置ベクトルQは次式で示される。

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} r_b + R_b \cdot \sin \alpha \\ r_b \cdot \theta \\ R_b \cdot \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (10)$$

次にターニングセンターで加工するため、図10のように座標変換を行う。図中のXY座標はターニングセンターの加工軸でxy軸が計算軸を示す。

加工軸への変換は、次式で示される。

$$\mathbf{Q}_c = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{Q_x^2 + Q_y^2} \\ 0 \\ z \\ \phi \end{bmatrix} \quad (11)$$

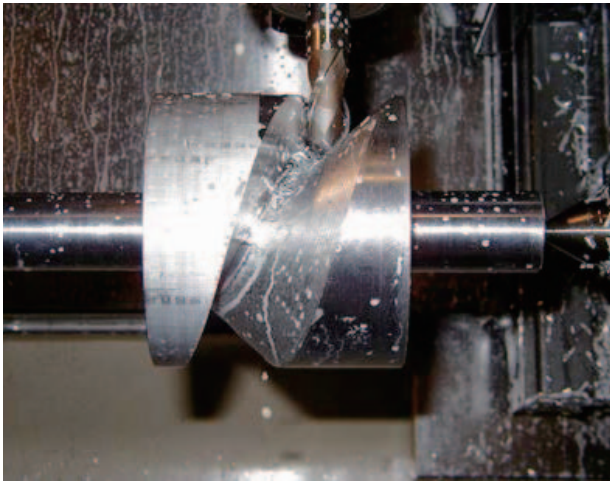


図11 荒加工の様子

$$\varphi = \tan^{-1} \left(\frac{Q_y}{Q_x} \right) \quad (12)$$

4.2 ターニングセンターによる実際の加工

図11荒取り加工の様子，図12仕上げ加工の様子を示す。歯車の素材はアルミニウム合金を使用し，荒取り加工はφ16ボールエンドミル，仕上げ加工はφ10のボールエンドミルを使用している。

大まかな加工手順は，次のようになる。

- ① (10)(11)(12)式により加工開始位置の演算。
- ② 演算結果をもとにエンドミルを加工開始位置まで移動。

③ スパイラル加工

G02 Z____ C____ F_____
またはG03 Z____ C____ F_____

④ 工具を安全位置に逃がす

⑤ ①から④まで歯車形状に合わせて繰り返す

加工開始位置の計算はNC制御装置に組み込まれている演算機能（カスタムマクロ機能）を使用して，①から④までのカスタムプログラムを作って加工を行った。プログラムは50行程度と非常に短くなった。

5.5 軸マシニングセンタによる少数歯歯車の加工

5軸マシニングセンタ（MC）による少数歯歯車の加工には，3次元CADシステムと5軸（直交3

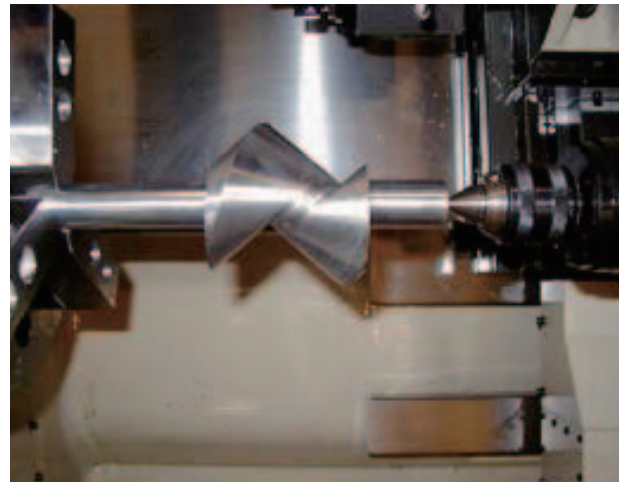


図12 仕上げ加工の様子

軸と回転2軸）のCAMシステムを使用した。5軸のMCの加工では，まず工具また工具ホルダーとワークおよびチャックへの干渉が課題となり，さらに，図13のように5軸加工では，チャックワークつまりワークが片持ち梁となるため，切削中にビブりの発生が課題となった。5軸加工では，切削加工中の工具進行方向に対する工具の傾き角をリード角，進行方向に直角な方向の傾き角をチルト角と呼び，両者をうまく組み合わせることで良好な工具姿勢を作ることができたため，仕上げ面性状改善や切削能率を改善することができる。上記の工具や工具ホルダーのワークとチャックへの干渉する問題は，リード角とチルト角を変更することで回避を行った。しかし，加工中のビブりについては，対応が難しく，



図13 5軸マシニングセンタによる様子

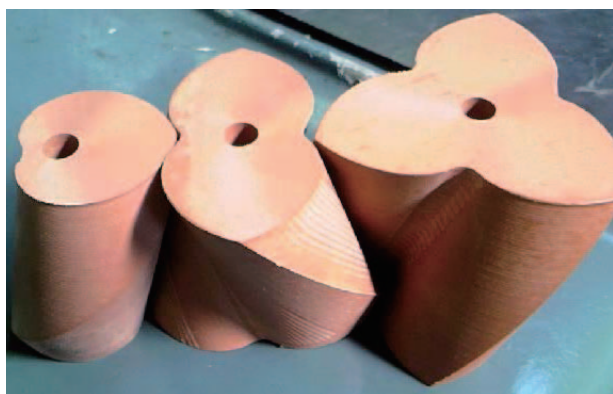


図14 5軸マシニングセンタによる少数歯歯車

今後ワークの固定方法について問題が残った。ワークの加工方法として、タービンプレードの加工に用いられるロータリー加工と歯のねじれに沿って加工する5軸の複合面加工を用いた。図14に5軸MCで加工した少数歯歯車を示す。

6. おわりに

NC工作機械関係の初めての授業で、ターニングセンターで作った少数歯歯車を受講生や学生に見せると、皆その美しさに感動して興味を示してくれる。世代が変わってもものづくりへの興味や感動は

変わらないのだと実感させられる瞬間である。広田先生により汎用フライス盤で少数歯歯車の製作実習を実施された当時、電卓もなく手計算で工具位置の演算を行い、そして、フライス盤を用いて切削工具の手動による位置決め、スパイラル加工、再度工具の位置決め、スパイラル加工・・・これら一連の動作を数百回と行われて製作されたと思うと、大変な苦勞であったと思われる。しかし、出来上がっていく歯車の形状に目を輝かせている学生が目に浮かぶようである。最高の教育者は、学生や受講生の心に火をつけることだといわれるが、まさしくこのことではないだろうか。

最後に、フライス盤による少数歯歯車の製作資料を頂いた元職業能力開発総合大学校精密機械工学科教授広田平一先生、5軸マシニングセンタによる少数歯歯車の製作の協力と資料を提供していただいた唐橋奈津紀君、少数歯歯車の写真を提供していただいた四国職業能力開発大学校成田義也先生に御礼申し上げます。

<参考文献>

- 1) 幾瀬康史・市川哲郎：「ねじれ形状部品の切削加工法の提案－1枚歯はすば歯車の製作－」職業能力開発報文誌Vol. 24 No. 1 (23) 2012