

# 「おもしろ機構」工作室 I

## －非円形歯車の製作－

岐阜職業訓練支援センター 幾瀬 康史

### 1. はじめに

最近の全自動洗濯機は、洗濯槽が止まったり動いたりして衣類の汚れを落とす。一方、昭和の洗濯機は洗濯槽が等速で回るものが一般的であった。両者を比較すると、最近の全自動洗濯機の方が汚れ落ちも良く節水性にも優れている。このように身近な機械でも構成部品や速度や回転速度が変化すると、加速度や角加速度が変化し効率的で省エネに優れたものが多くある。しかし、機械の速度を変化させるには、駆動回転軸の制御技術が必要となり、技術面やコスト面で課題がある。一般に回転軸の1回転中で角速度を変化させる方法には、モータの制御で行う電気的な方法と、非円形歯車、カム、スプロケットとチェーン等を用いて行う機械的な方法とがある。電気的な方法は変速を簡単に行うことができるが、導入コストや応答性に問題がある。一方、機械的な方法は、応答性、コストの面で優れている面があるが、柔軟性に欠ける面がある。

特に非円形歯車は一回転の中で角速度を容易に変更でき、回転半径も変更できるので、低コストで省エネに優れた機械を作るための重要な機械要素となり得る。また、非円形歯車は比較的大きな力が伝えられ、さらにかみ合い歯面のすべり接触が小さいので、摩耗疲労が少なく、耐久性にも優れている。しかし、非円形歯車は、従来のギヤシェーパーやホブ盤では製作することができなく、楕円歯車など限られた形状のものは専用機で製作されているだけである

ため、使用用途が限られ、ほとんど使われることがなかった。

しかし、最近のCAD/CAMシステムの進歩で、バーチャル空間で部材を簡単に除去加工や付加加工が容易に行えることで、円形以外の四角形などの非円形歯車や歯形もインポリユートだけでなく円形歯形などの歯車も創成法や総形法で製作することが可能となってきている。5年前能力開発総合大学の専門課程の総合製作実習で、香取<sup>1)</sup>、大坪<sup>2)</sup>らの著書や研究論文を参考にCAD/CAMを使った非円形歯車の製作を試みた。当時、非円形歯車の応用例として、田植え機やバレル研磨機など非常に少ない応用例であったが、最近、非円形歯車に関する記事、研究論文を多く見かけるようになり、いろんな方面で使用されるようになってきていると推測される。非円形歯車は実用化の時期に入ったように思われる。また、これまで機械系の訓練課題として使用されたことがほとんどない。



図1 非円形歯車の工作例  
(総形法によるインポリユート歯車)

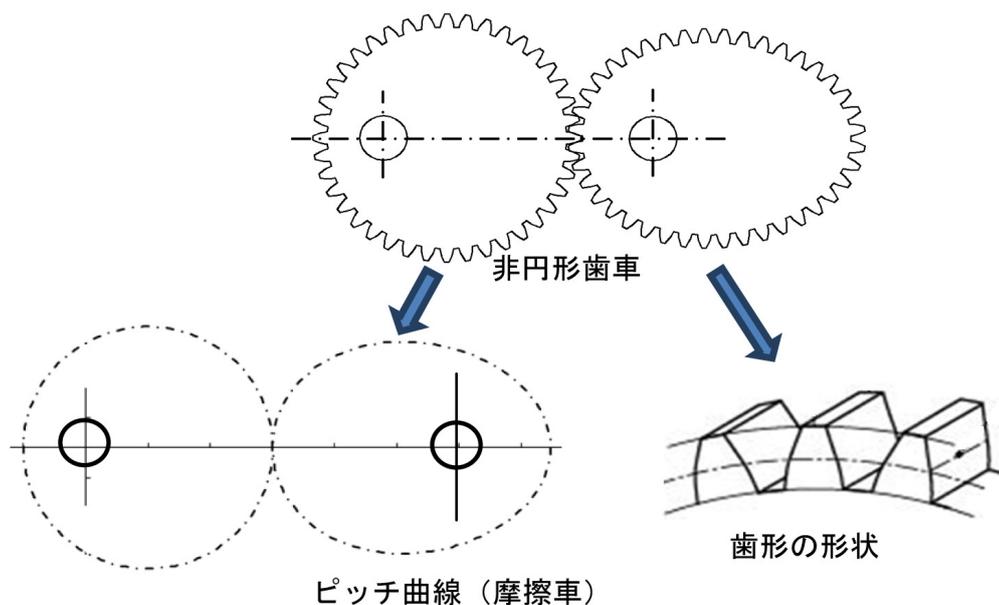


図2 歯車構成

そこで、CAD/CAMシステムを用いて非円形歯車を製作した事例についてご紹介する。本事例では、創成法と総形法（図1参照）による歯切り法について示す。

## 2. かみ合う歯車のピッチ曲線の条件

一般的な円形の標準歯車と同様に数学的に非円形歯車の形状を求めようとすると非常に難しい。

そこで、製作の観点から、歯車を図2のようにピッチ曲線（摩擦車）と歯形に分けて考えることにする。歯車のピッチ曲線は円形歯車では円形であるが、非円形歯車では、円形の以外の閉曲線となる。円形歯車の歯形にはインボリュート曲線やサイクロイド曲線を用いたものが一般的である。

ここで、2軸に取り付けられた2つの歯車が回転するためのピッチ曲線の条件を次に示す。

**[条件1]** かみ合う歯車の2つのピッチ曲線は相互に転がり接触で回転すること。

2つの閉曲線が互いに滑ることなく回転するためには、常に軸間距離 $L$ が一定ること。図3に示すよう回転軸中心 $O_1$ から接触点 $P$ の距離 $a_1$ と、もう一方の中心 $O_2$ から接触点 $P$ までの距離 $a_2$ とすると、軸

間距離 $a_1+a_2$ が一定でなければならない。したがって、次の(1)式が常に成立することが条件となる。

$$L = a_1 + a_2 \quad (1)$$

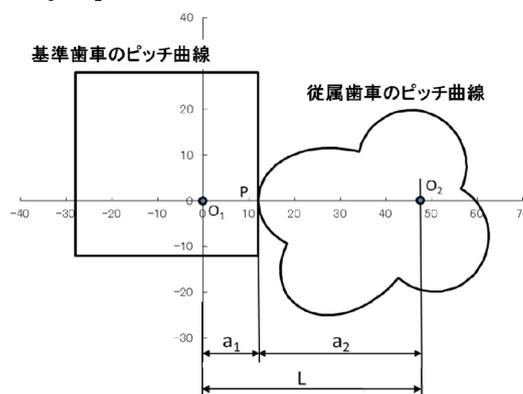


図3 ピッチ曲線と軸間距離

**[条件2]** 2つピッチ曲線の周長が整数倍または1/整数倍になること。

非円形歯車の場合、条件1を満たすために、1枚目の歯車のピッチ曲線上の任意の点は、もう一枚の歯車のピッチ曲線上の常に決まった位置（回転角）で接触しなければならない。したがって、基準歯車の円周の長さの整数倍となる。つまり、それぞれの歯車のピッチ曲線周長を $S_1$ 、 $S_2$ とすると次式で示される。ただし、 $S_1$ は、基準歯車のピッチ曲線の周長を示す。

$$S_1 = n \cdot S_2 \quad n: \text{正の整数} (1, 2, 3 \dots) \quad (2)$$

### 3. 軸間距離 L の設定

回転中心 $O_1$ とする基準歯車のピッチ曲線の平均半径 $R_a$ は次の(3)式で示される。図4のように $a(\theta)$ は基準ピッチ曲線上の任意の点 $C_1$ の半径を示し、 $X$ 軸となす角を $\theta$ 、 $S$ はピッチ曲線の周長を示す。近似的には、基準ピッチ曲線を $n$ に分割し、分割したピッチ曲線の線分の周長を $\Delta S_k$ と半径 $a_k$ から求めることができる。

$$R_a = \frac{\int_b^{2\pi} a(\theta) ds}{\int_b^{2\pi} ds} \approx \frac{\sum_1^n a_k \cdot \Delta S_k}{\sum_1^n \Delta S_k} \quad (3)$$

外歯車の軸間距離 $L$ は平均半径 $R_a$ の整数倍になるので、次の(4)式で

$$L = R_a (1 + n) \quad n = 1, 2, 3 \dots \quad (4)$$

で表せる。

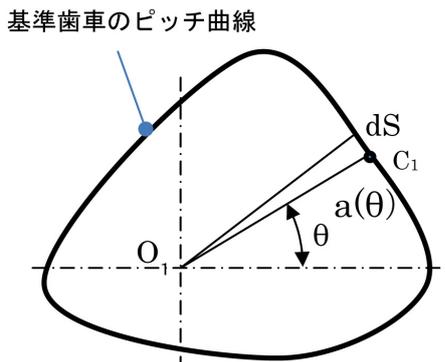


図4 基準歯車のピッチ曲線の平均半径

### 4. 創成法による非円形歯車の製作手順

1組の非円形歯車の創成法による製作手順を次に示す。創成法は、基準歯車と従属歯車のブランク(歯が未加工の素材)を互いのピッチ曲線が転がり接触するように両者を回転させて、基準歯車をカッターとして、従属歯車との干渉部分を除去加工して、歯切りを行う方法である。

#### [製作手順]

- ① 基準歯車のピッチ曲線を作成する。
- ② 基準ピッチ曲線から平均半径を計算し、軸間距離を設定する。
- ③ 基準ピッチ曲線をもとに転がり接触をする従属

歯車のピッチ曲線を作成する。

- ④ 2つのピッチ曲線の座標データをCADシステムに入力し、画像データに変換する。
- ⑤ 画像化した基準歯車のピッチ線上に歯形を描く。従属歯車は簡単な図形で歯車ブランクを描く。
- ⑥ 基準歯車をカッターとして2つのピッチ曲線が転がり接触するように相互に回転させながら従属歯車のブランクをCAD上で除去加工を行うことで製作する。結果として、従属歯車の形状が包絡線として浮かび上がる。
- ⑦ この包絡線をもとに従属歯車の加工を実際の工作機械を用いて加工する。

基準歯車のピッチ曲線は、実際の機械に用いる場合、適用される機械が必要とする角速度や角加速度の曲線から算出されるのが一般的であるが、ここでは、ピッチ曲線が与えられているものとする。なお、ピッチ曲線に歯形を設定する場合、歯車の圧力角が大きくなると、トルクの伝達効率が低下するのであまり圧力角が大きくならないようにする。

### 5. 従属歯車のピッチ曲線の求め方

作図例として、図5に四角形の基準歯車のピッチ曲線の図形から作図により従属側歯車のピッチ曲線を求める方法について示す。

#### [従属歯車のピッチ曲線の作図方法]

- ① 曲線上に作図用の点を $d_0$ から順番に $c_1, c_2, c_3, \dots$ をとる。なお、作図用の点の間隔は小さいほうが精度良くなる
- ②  $O_1$ を中心に接触点 $c_1$ の半径 $r_1$ で円弧を描き、 $O_1$ と $O_2$ を結ぶ中心線との交点から $d_1$ を求める。
- ③  $O_2$ を中心に線分 $d_1O_2$ を半径とする円弧を描く。
- ④ 線分 $d_0c_1$ の長さと同様に線分 $d_0e_1$ が等しくなるように $e_1$ 点を求める。
- ⑤ 同様に $c_2$ 点 $d_2$ 点も求め、 $O_2$ を中心に線分 $d_2O_2$ を半径とする円弧を描く。
- ⑥ 線分 $c_1c_2$ の長さと同様に線分 $e_1e_2$ が等しくなるように $e_2$ 点を求める。
- ⑦ 下同様に $e_3, e_4, \dots$ 求め、その点を結ぶと、従属側のピッチ曲線を描くことができる。

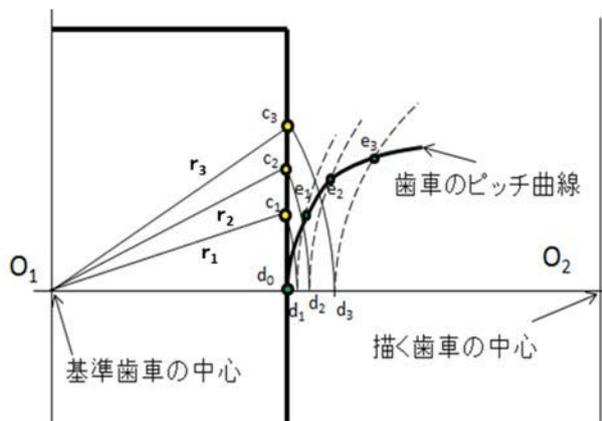


図5 従属歯車のピッチ曲線の求め方

円と円との交点を求める演算用として使用している。自作のソフトでは、軸間距離と基準歯車のピッチ曲線の座標データで与えると、自動的に従属歯車のピッチ曲線を発生する。なお、作図で従属ピッチ曲線を作成する場合、ピッチ曲線の周長の理論値と作図の計算値が微妙に異なってくるため、軸間距離を微妙に調整する機能が必要である。図7に確認のため自作ソフトで作成した摩擦車（ピッチ曲線）の図形を厚紙で製作したものを示す。また、本ソフトでできる転がり接触車は機構学の授業で転がり接触を説明するにも非常に良い教材であると思われる。

実際に作図を用いて描くと非常に手間がかかるため、Excelなどの表計算ソフトを使うと非常に簡単に描くことができる。その場合、異なる2つの円の交点を求める自作の関数を作っておくと簡単に計算することができる。自作のピッチ曲線の描画ソフトの事例を図6に示す。図はピッチ曲線の入出力を示している。このソフトは表計算ソフトExcelと組み込みのVisual Basic言語を用いて作成している。Visual Basic言語では、陰関数のニュートン法で

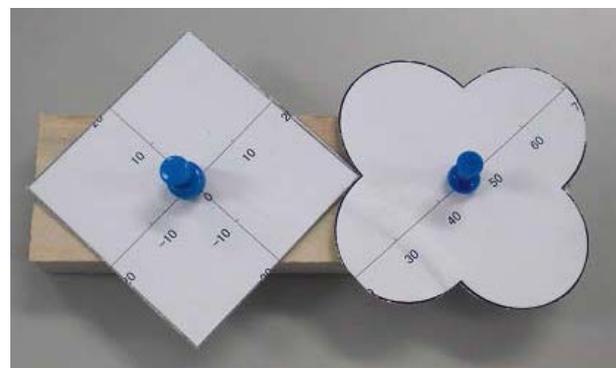


図7 自作ソフトによる摩擦車（ピッチ曲線）

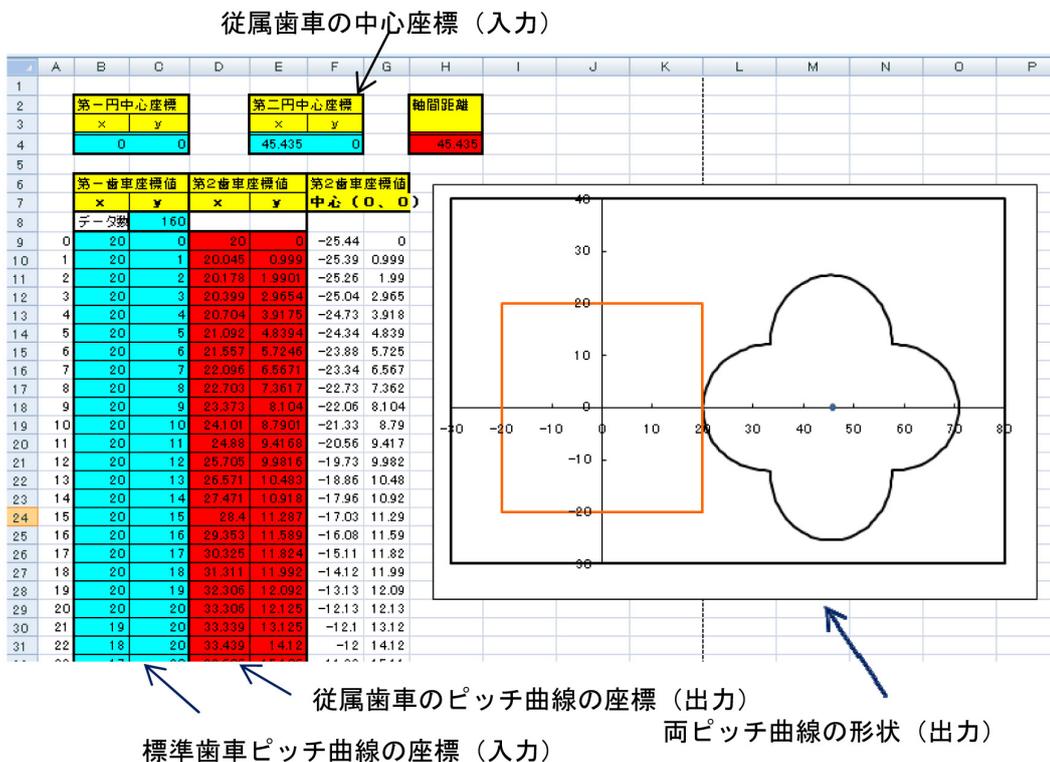


図6 ピッチ曲線の計算例

## 6. 創成法に従属歯車の製作

CAD上に基準歯車と従属歯車のブランクを(4)式で算出した軸間距離に配置し、標準歯車とブランクを両ピッチ曲線が転がり接触するように回転し、両者が干渉する部分を画像上で除去し歯車を創成している。図8に円形歯形を持った四角形歯車で、従属歯車の創成を行っている様子を示す。両歯車の回転角は図6の算出したピッチ曲線の座標値をもとに設定している。さらに、図9にCAD上で完成した四角形歯車の例を示し、図10に実際にワイヤーカット放電加工機を用いて製作した歯車装置を示す。歯車装置は滑らかに回転することが確かめられた。なお、創成法によりCAD上で歯切りをする場合、従属歯車の除去演算回数が非常に多いので、マクロ化して行うことが必要である。なお、CADに付随する作業手順を記録するマクロ機能を利用し、サブプログラム化すると簡単にプログラムができる。

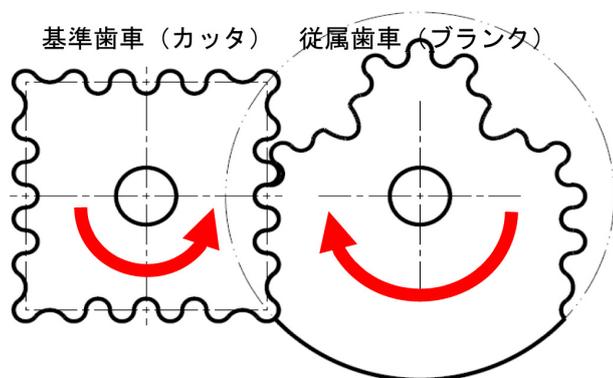


図8 バーチャル空間での創成法による歯切りの様子

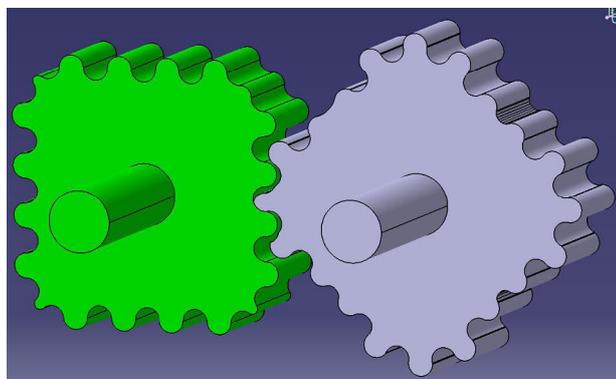


図9 バーチャル空間での四角形歯車の完成



図10 創成法による四角形歯車の製作例

## 7. 総形法によるインボリュート歯形の従属歯車の製作

代表的な歯切り方法として、創成法ほかに総形法がある。総形法による歯切り方法はインボリュート歯形の歯車のみ可能な方法であることから、歯形としてインボリュート歯形を適用し、非円形の歯車の試作を行った。

CAD上での総形法による歯切りも創成法によるものと同様に、基準歯車を描き、それに基づいて、従属歯車のピッチ閉曲線を作成する。その後、図11のように初めにCAD上で、その従属歯車のピッチ閉曲線より歯末のたけを考慮し、外側にオフセットした歯車のブランク（歯車素材）を製作する。そしてカッターに見立てた仮想インボリュート歯形の形状を作りピッチ曲線に沿ってブランクを除去しながら歯車を製作する。この方法で作った歯車装置は図1に示す。なお、歯の位置は、ピッチ曲線に沿って円周ピッチの間隔で配置され、1組の歯車がかみ合うためには、互いの歯の位置が互い違いになるようにしなければならない。つまり、従属歯車の歯の位置は、基準歯車に比べ円周ピッチ/2ずれることになる。

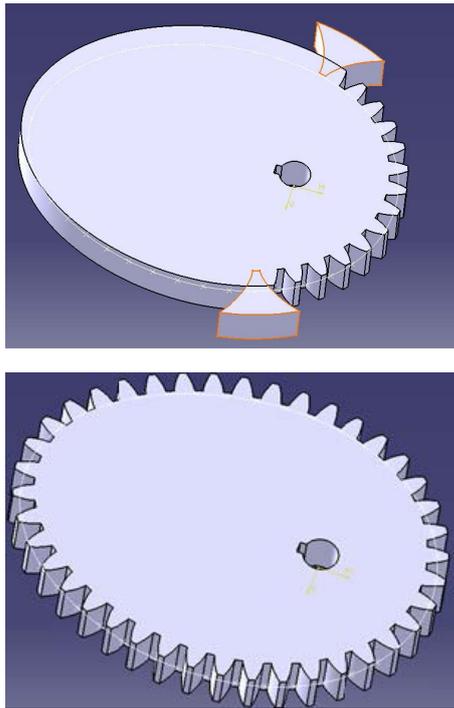


図11 総形法によるインボリュート歯形の非円形の歯車の歯切りの様子

## 8. おわりに

CADのバーチャル空間で創成法と総形法による非円形の1対の歯車を試作の事例をご紹介した。いずれも滑らかに回転する装置となった。今後CADの発展でますます非円形歯車の製作は容易になり、省エネや複雑な動きを要求される装置に多く利用されることが期待される。

試作の成果を受けて、非円形歯車の面白さと不思議さを体験してもらうため、図12、図13に示す非円形歯車装置の組み立てキットをレーザ加工機で製作し、ポリテックビジョンなどの各種イベントで、ものづくり体験コーナーを実施している。図14にポリテックビジョンの様子を示す。

### <参考文献>

- 1) 香取英男：「非円形歯車の設計と応用」, 日刊工業新聞
- 2) 大坪武廣：「非円形歯車CAD/CAMソフトの開発」技能と技術, 2001,

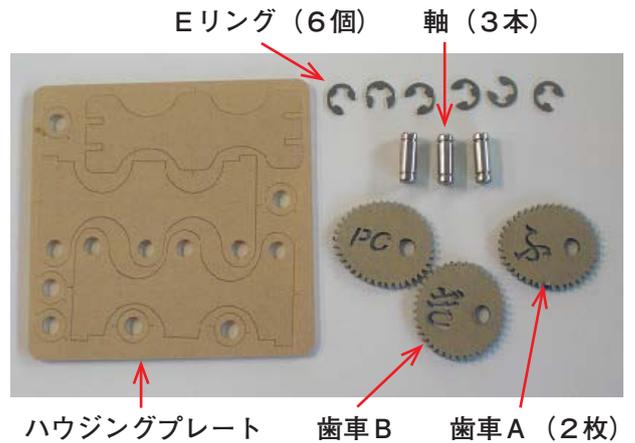


図12 ものづくり体験 部品1式



図13 ものづくり体験 完成品



図14 ものづくり体験の様子  
(ポリテックビジョン in 東海)