

誘導電動機の等価回路

—表計算ソフトによる特性シミュレーション—

中国ポリテクカレッジ 天野 隆
(中国職業能力開発大学校)

1. はじめに

現在、高回転、高出力、メンテナンスフリー等の特長を有するACモータは、工場などの動力源、各種機械装置等、ありとあらゆる場所で用いられている。なかでも誘導電動機は、構造がシンプルであり、安価、堅牢の特長まで併せ持つ優れたモータである¹⁾。しかし、回転数、電流、トルクの関係が非線形であるため、直流電動機と比較すると特性が理解しにくい。

そこで、本報告では変圧器の等価回路を基本に式変形し、最終的なL型等価回路までの導出方法をまとめ上げた²⁾。さらに、表計算ソフトを用いて等価回路の特性をシミュレーションすることにより、理解を深めることを目的とした。なお、本報告は平成17年度セミナー「有接点シーケンスにおける電動機制御の実務」の内容の一部を取り上げたものである。

2. 基本等価回路

図1に、三相誘導電動機の基本等価回路を示す。中央より左側が固定子、右側が回転子の等価回路で

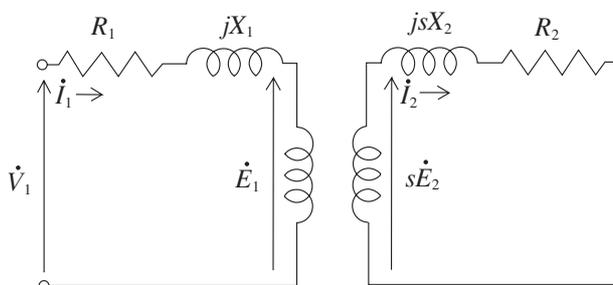


図1 基本等価回路（一相分）

ある。中央部は、回転子と固定子の電磁結合部を有する変圧器と考えることができる。なお、回路は一相分とし、簡略化のために鉄損抵抗は無視している³⁾。
 V_1 : 一相分の印加電圧, $E_1 \cdot E_2$: 励磁・誘起電圧, $I_1 \cdot I_2$: 固定子・回転子電流, $R_1 \cdot R_2$: 固定子・回転子抵抗, $X_1 \cdot X_2$: 固定子・回転子リアクタンス, s : すべり

ここで、 I_2 を求める。

$$I_2 = \frac{sE_2}{\sqrt{R_2^2 + (sX_2)^2}} = \frac{E_2}{\sqrt{\frac{R_2^2 + (sX_2)^2}{s^2}}} = \frac{E_2}{\sqrt{X_2^2 + \frac{R_2^2}{s^2}}} \quad (1)$$

式(1)の R_2^2/s^2 に着目すると、

$$\frac{R_2^2}{s^2} = \left(\frac{R_2}{s}\right)^2 = \left(\frac{s-s+1}{s} \cdot R_2\right)^2 = \left(\frac{1-s}{s} \cdot R_2 + R_2\right)^2 \quad (2)$$

式(2)を式(1)に代入して、

$$I_2 = \frac{E_2}{\sqrt{X_2^2 + \left(\frac{1-s}{s} \cdot R_2 + R_2\right)^2}} \quad (3)$$

式(3)をベクトル表現すると、

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{E}_2}{\left(\frac{1-s}{s} \cdot R_2 + R_2\right) + jX_2} \quad (4)$$

式(4)を等価回路で表すと、図2となる。図2中の $(1-s)R_2/s$ が、負荷抵抗となる。

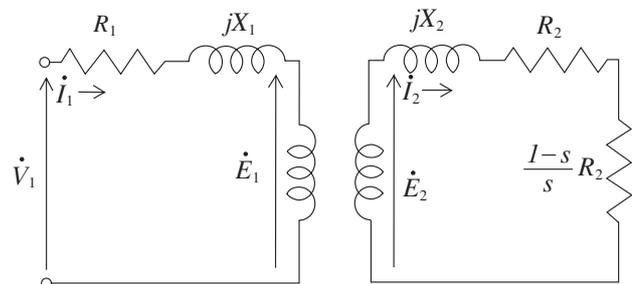


図2 負荷抵抗を導出した回路

3. T形等価回路

前述したように、中央部は回転子と固定子の電磁結合部を有する変圧器と考えられる。巻線比を a とすると、式(5)、(6)が成立する。

$$\frac{\dot{E}_1}{\dot{E}_2} = \frac{N_1}{N_2} = a \quad (5) \quad \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{a} \quad (6)$$

$N_1 \cdot N_2$: 固定子・回転子コイルの巻数

式(5)、(6)を式(4)に代入すると、

$$a\dot{I}_1 = \frac{\dot{E}_1}{a} \quad (7)$$

$$\left(\frac{1-s}{s} \cdot R_2 + R_2 \right) + jX_2$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{E}_1}{a^2 \left(\frac{1-s}{s} \cdot R_2 + R_2 \right) + ja^2 X_2} \quad (8)$$

なお、式(8)に示すように、 $a^2\{R_2 + (1-s)R_2/s\}$ 、 a^2X_2 がそれぞれ固定子側からみた回転子抵抗、回転子リアクタンスである。式(8)を等価回路で表すと、図3となる。

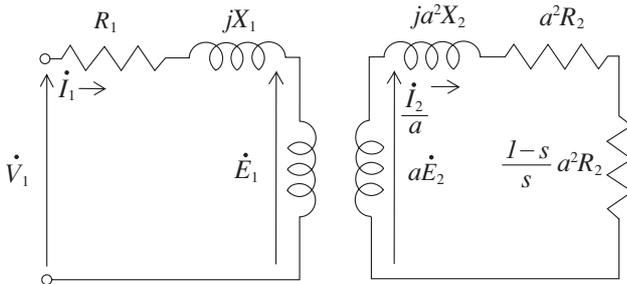


図3 巻線比を考慮した回路

さらに、式(9)~(12)のように定義し、式(8)に代入すると、式(13)となる。

$$\dot{E}_1 = a\dot{E}_2 = \dot{E}_2' \quad (9) \quad \dot{I}_1 = \frac{\dot{I}_2}{a} = \dot{I}_2' \quad (10)$$

$$a^2R_2 = R_2' \quad (11) \quad a^2X_2 = X_2' \quad (12)$$

$$\dot{I}_2' = \frac{\dot{E}_2'}{\left(\frac{1-s}{s} \cdot R_2' + R_2' \right) + jX_2'} \quad (13)$$

式(9)のように定義すると、図3に示す中央部の2つのコイル両端電圧が等しいと考えられ、これらコイ

ルを1つにまとめて考えることができる。これを踏まえ、式(13)を等価回路で表すと、図4となる。この回路は、その形からT型等価回路と呼ばれている。

I_m : 励磁電流, X_m : 励磁リアクタンス

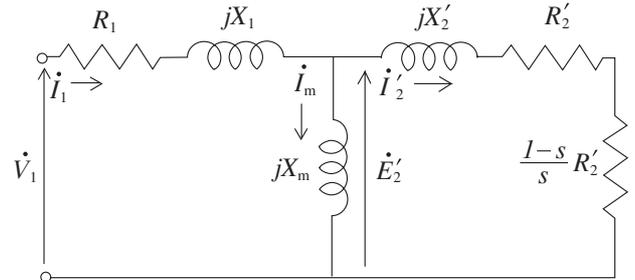


図4 T型等価回路

4. L型等価回路

図4より、実用的には固定子インピーダンスによる電圧降下 $I_1\sqrt{R_1^2 + X_1^2}$ は、 V_1 に比べ小さいため jX_m のリアクタンス部分を左に移動した図の回路が一般的に用いられている。図5の回路は、その形からL型等価回路と呼ばれている。なお、 $(I_2')^2R_1$ 、 $(I_2')^2R_2'$ をそれぞれ一次銅損、二次銅損と呼ぶ。さらに、 $(I_2')^2(1-s)R_2'/s$ が一般に相当りの機械出力に変換される電力となる。

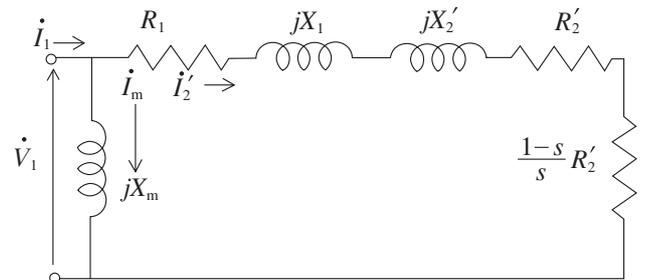


図5 L型等価回路

ここで、電流に関する式を整理する。

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_m + \dot{I}_2' \quad (14)$$

$$\dot{I}_2' = \frac{\dot{V}_1}{\left(R_1 + R_2' + \frac{1-s}{s} \cdot R_2' \right) + j(X_1 + X_2')} \quad (15)$$

$$= \frac{\dot{V}_1}{\left(R_1 + \frac{R_2'}{s} \right) + j(X_1 + X_2')}$$

$$\dot{I}_m = \frac{\dot{V}_1}{jX_m} \quad (16)$$

前述したように、機械出力に変換される電力を P_c とすると、式(17)で表される。なお、三相分で考えるため、3倍としている。

$$P_c = 3 (I_2')^2 \frac{1-s}{s} R_2' \quad (17)$$

また、機械出力を P_m とすると、

$$P_m = \omega_m T = (1-s) \omega_0 T \quad (18)$$

$\omega_0 \cdot \omega_m$: 同期角速度・モータ軸回転角速度、

T : トルク

さらに、 $P_c = P_m$ と考えると、

$$3 (I_2')^2 \frac{1-s}{s} R_2' = (1-s) \omega_0 T \quad (19)$$

トルク T で整理すると、

$$T = \frac{3 (I_2')^2 \cdot R_2'}{\omega_0 \cdot s} \quad (20)$$

ここで、式(15)より、

$$I_2' = \frac{V_1}{\sqrt{\left(R_1 + \frac{R_2}{s}\right)^2 + (X_1 + X_2')^2}} \quad (21)$$

式(21)を式(20)に代入して整理する。

$$T = \frac{3}{\omega_0} \cdot \frac{R_2'}{s} \cdot \left[\frac{V_1}{\sqrt{\left(R_1 + \frac{R_2}{s}\right)^2 + (X_1 + X_2')^2}} \right]^2$$

$$= \frac{3V_1^2}{\omega_0} \cdot \frac{\frac{R_2'}{s}}{\left(R_1 + \frac{R_2}{s}\right)^2 + (X_1 + X_2')^2} \quad (22)$$

式(22)より、トルクはすべりの関数であることがわかる。

5. 等価回路シミュレーション

表1に示す具体的な数値を、式(21)および式(22)に代入し、表計算ソフトによりシミュレーションした結果を図6に示す。図6に示すように、すべりが小さい範囲において、トルクは比例的に変化する。誘導電動機は、この範囲内で負荷トルクと釣り合い安定な動作をする。

6. おわりに

変圧器と考えた基本回路からL型等価回路まで式

表1 パラメータに入力した数値

入力電圧 V_1	115.47 V
固定子抵抗 R_1	0.7 Ω
回転子抵抗 R_2	0.6 Ω
固定子リアクタンス X_1	1.05 Ω
回転子リアクタンス X_2	1.05 Ω
同期角速度 ω_0	60 Hz

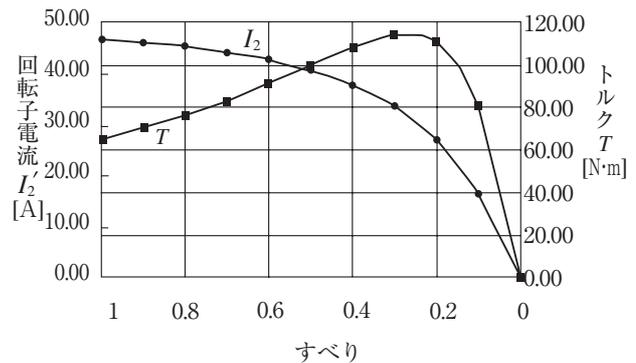


図6 すべりとトルクおよび回転子電流の関係

を導出し、導出された式をもとに、表計算ソフトを用いてシミュレーションを行った。これにより、すべりとトルクおよび回転子電流が非線形な関係となることが証明され、理解を深めることが可能となった。今後は、実機を用いてシミュレーション結果と比較することによって、さらに理解を深められる方法を検討していく予定である。

<謝辞>

「有接点シーケンスによる電動機制御の実務」セミナーの立ち上げの際にお世話になりました制御技術科の岩城先生、インバータに関しまして、資料や装置の提供をしていただきました、生産電子システム技術科の橋本先生、電子技術科の椎葉先生、メカトロニクス技術科の宮本先生には、厚く御礼申し上げます。

<参考文献>

- 1) 吉川和光：「アクチュエータ」, 産業図書, pp. 43-48, 1983.
- 2) 雨宮ほか：「アクチュエータ入門」, オーム社, pp. 119-134, 2000.
- 3) 杉本ほか：「ACサーボシステムの理論と設計の実際」, 総合電子出版社, pp. 21-29, 1997.